$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 2 \longrightarrow x_1 = -1$

② Resolver el siguiente sistema
a) Utilizar Eliminación Gauss sin pivoteo, aritmética de t = 4 y redondeo simétrico
b) Idem a) con pivoteo parcial
c) Idem a) sin pivoteo y refinamiento de la solución

$$A = \begin{pmatrix} 3{,}241 & 160 \\ 10200 & 1540 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 163{,}2 \\ 11740 \end{pmatrix} \qquad m_{21} = \frac{10200}{3{,}241} = 3147$$

a) Por eliminación de Gauss sin pivoteo

- calculo el multiplicador

$$\left(\begin{array}{cc|c} 3{,}241 & 160 & 163{,}2 \\ 10200 & 1540 & 11740 \end{array}\right) \xrightarrow{F_2 - m_{21} F_1} \left(\begin{array}{cc|c} 3{,}241 & 160 & 163{,}2 \\ 0 & -502000 & -501900 \end{array}\right)$$

$$a_{22}' = 1540 - (3147)\,160 = 1540 - 503500 = -502\,000$$

$$b_2' = 11740 - (3147)\,163{,}2 = 11740 - 513600 = -501900$$

NOTA

- Resolviendo el sistema de ecuaciones

$-502000\,x_2 = -501900 \longrightarrow x_2 = \frac{-501900}{-502000} = 0{,}9998.$ $\quad x_a = \begin{pmatrix} 0{,}9998 \\ 0{,}9873 \end{pmatrix}$

$3{,}241x_1 + 160\,x_2 = 163{,}2 \longrightarrow x_1 = \frac{163{,}2 - 160(0{,}9998)}{3{,}241} = 0{,}9873.$

b) Resolviendo con pivoteo parcial

- El multiplicador es de columna $\quad m_{21} = \frac{3{,}241}{10200} = 3{,}177 \cdot 10^{-4}$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 10200 & 1540 & 11740 \\ 3{,}241 & 160 & 163{,}2 \end{array}\right) \xrightarrow{F_2 - (m_{21})F_1} \left(\begin{array}{cc|c} 10200 & 1540 & 11740 \\ 0 & 159{,}5 & 159{,}5 \end{array}\right)$$

$a_{22}' = 160 - (m_{21})1540 = 160 - 0{,}4893 = 159{,}5.$

$b_2' = 163{,}2 - (m_{21})11740 = 163{,}2 - 3{,}730 = 159{,}5$

- Resolviendo el sistema.

$159{,}5x_2 = 159{,}5 \longrightarrow x_2 = \frac{159{,}5}{159{,}5} = 1$ $\quad x_b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$10200\,x_1 - 1540\,x_2 = 11740 \longrightarrow x_1 = \frac{11740 - 1540(1)}{10200} = 1$

c) Calculo el residuo

$$r = b - A\,x_a = \begin{pmatrix} 163{,}2 \\ 11740 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3{,}241 & 160 \\ 10200 & 1540 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0{,}9873 \\ 0{,}9998 \end{pmatrix}$$

- El calculo se efectua en doble precision para evitar cancelacion de terminos

$$r = \begin{pmatrix} 163{,}2 \\ 11740 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 163{,}16784 \\ 11610{,}162 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}03216 \\ 129{,}848 \end{pmatrix} \xrightarrow{t=4} r = \begin{pmatrix} 0{,}03216 \\ 129{,}8 \end{pmatrix}$$

- Por lo tanto

$r = A\,\delta x \longrightarrow r = L\,U\,\delta x \longrightarrow \begin{cases} L\,y = r \\ U\,x = y \end{cases}$ $\quad L = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3147 & 1 \end{pmatrix}$

- Resolviendo $Ly = r$ $\quad U = \begin{pmatrix} 3{,}241 & 160 \\ 0 & 1540 \end{pmatrix}$

$y_1 = 0{,}03216 \longrightarrow y_1 = 0{,}03216$

$3147\,y_1 + y_2 = 129{,}8 \longrightarrow y_2 = \overset{101{,}2}{129{,}8 - 3147(0{,}03216)} = 28{,}6$

HOJA N°

FECHA

- Resolviendo $U\,\delta x = y$

$$1540\,\delta x_2 = 28{,}6 \longrightarrow \delta x_2 = \frac{28{,}6}{1540} = 0{,}01857$$

$$3{,}241\,\delta x_1 + 160\,\delta x_2 = 0{,}03216 \rightarrow \delta x_1 = \frac{0{,}03216 - 160(0{,}01857)}{3{,}241} = -0{,}9068$$

- Entonces $\delta x = \begin{pmatrix} -0{,}9068 \\ 0{,}01857 \end{pmatrix}$

- Calculando

$$k(A) = \frac{\|\delta x\|_\infty \cdot 10^5}{\|x\|_\infty} \approx 9069{,}8$$

$$P = \log(k(A)) = 3{,}958 \longrightarrow q = t - P = 0{,}04$$