RESISTENCIA DE MATERIALES

CUESTIONARIO N° 17

- Flexión Pura

Las barras solicitadas a *Flexión Variable* (flexión y corte) y a *Flexión Variable Compuesta* (flexión, corte y esfuerzo normal), denominadas *vigas*, especialmente las de eje recto, constituyen, sin lugar a dudas, el elemento estructural de empleo más frecuente en la práctica profesional, por lo que su estudio adquiere un papel sumamente relevante dentro de la Resistencia de Materiales.
Continuando con nuestro estudio de las solicitaciones puras, nos ocuparemos ahora de la *Flexión Pura*, es decir, del caso en el que *el único esfuerzo característico distinto de cero es el momento flexor*.

❖ **Pregunta 17.01: ¿CUÁNDO EXISTE SOLICITACIÓN DE FLEXIÓN PURA?**

Ampliando lo que hemos expresado al responder la pregunta N° 15.01, diremos que *una sección transversal de una barra en equilibrio está sometida a Flexión Pura cuando al reducir al baricentro de la sección las fuerzas ubicadas a uno y otro lado de la misma sólo se obtienen como resultado dos pares opuestos que actúan en un plano perpendicular al que contiene a la sección transversal.*

Si bien los momentos flexores son habitualmente variables a lo largo del eje de la pieza, tal como ya lo hemos dicho en el encabezamiento, *llevaremos adelante nuestras consideraciones suponiendo su constancia, admitiendo luego, sin mayor error, que las expresiones obtenidas son también válidas para los casos de flexión y corte (flexión variable).*

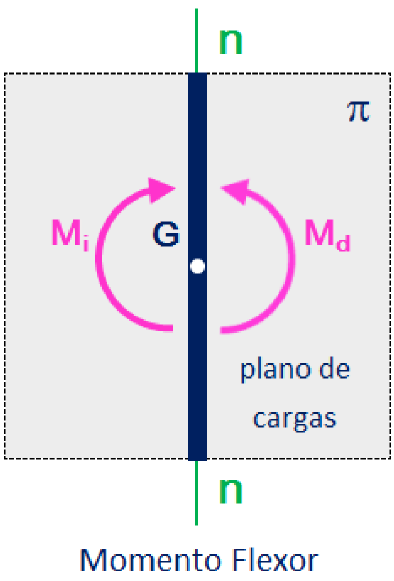


Fig. 17.01.01: *Momento Flexor* en una sección genérica *n-n*

❖ Pregunta 17.03: ¿A QUÉ SE DE NOMINA LÍNEA DE FUERZAS?

Recibe el nombre de *línea de fuerzas* la traza (intersección) del plano que contiene a la estructura, sus cargas, reacciones de vínculo y solicitaciones con aquel otro al que pertenece la sección transversal de la barra.

Cuando la línea de fuerzas coincide con uno de los ejes principales de inercia baricéntricos de la sección, se dice que el caso de solicitación es por **Flexión Pura Normal o Recta**; caso contrario, la solicitación se denomina de **Flexión Pura Oblicua o Desviada**.

Ver figuras 17.03.01 y 17.03.02.

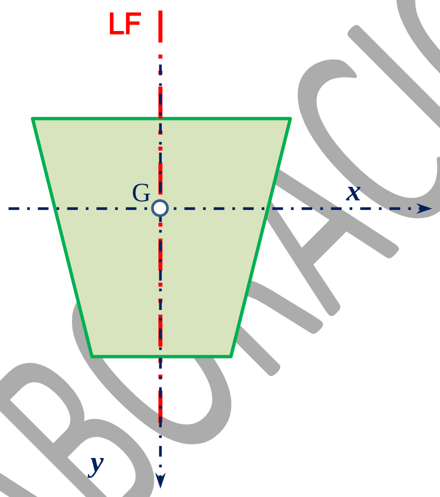


Fig. 17.03.01-FLEXIÓN PURA NORMAL o RECTA: la línea de fuerzas coincide con uno de los ejes principales de inercia baricéntricos (el eje y en el caso de la figura)

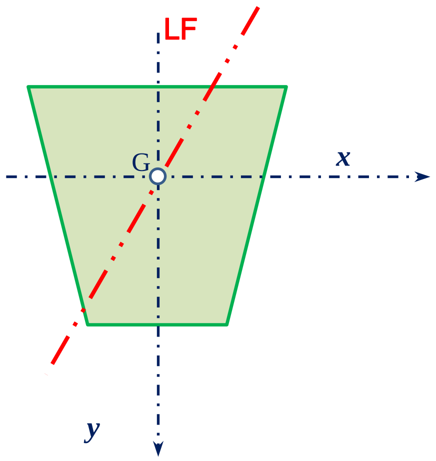


Fig. 17.03.02-FLEXIÓN PURA OBLICUA o DESVIADA: la línea de fuerzas NO coincide con ninguno de los dos ejes principales de inercia baricéntricos (x e y, en el caso de la figura)

- **Pregunta 17.02: ¿CUÁL ES LA HIPÓTESIS QUE RIGE EL ASPECTO GEOMÉTRICO DE LA SOLICITACIÓN POR FLEXIÓN PURA?**

La hipótesis que rige el aspecto geométrico de la solicitación por Flexión Pura, y que junto a la Ley de Hooke y a las ecuaciones de equivalencia permite la deducción de las expresiones relacionadas con los aspectos resistente y de deformación del problema, es la *hipótesis de Bernoulli-Navier*, que expresa que *las secciones de la barra planas y perpendiculares al eje antes de que actúen las cargas exteriores se mantienen planas y perpendiculares al eje durante todo el proceso de deformación, rotando alrededor de un eje que pertenece a la sección transversal*, *denominado eje neutro.*

Dado que la solicitación por flexión produce una curvatura de la barra, de acuerdo con esta hipótesis, en la pieza deformada las secciones resultan perpendiculares al eje curvado.

- **Pregunta 17.04: ¿QUÉ CONCLUSIONES IMPORTANTES PODEMOS EXTRAER DE LA HIPÓTESIS DE BERNOULLI-NAVIER Y DE LAS ECUACIONES DE EQUIVALENCIA?**

Debido a que en nuestro curso resolveremos el problema de la *flexión oblicua* por medio de la *superposición de dos flexiones normales*, sacaremos conclusiones para este último caso, pero dejando en claro desde ahora que son también válidas para el primero.

Del mismo modo que lo hicimos para la solicitación axil, recordaremos en primer lugar las dos expresiones correspondientes a la Ley de Hooke, así como las ecuaciones de equivalencia, convenientemente adaptadas al caso de solicitación por *flexión pura normal*, para extraer luego las conclusiones:

a. $\sigma = E \cdot \varepsilon$ (17.04.01) (Ley de Hooke para tensiones normales)
b. $\tau = G \cdot \gamma$ (17.04.02) (Ley de Hooke para tensiones tangenciales)

1. $Nz = \int \sigma_z \, dA = 0$
2. $Qx = \int \tau_{zx} \, dA = 0$
3. $Qy = \int \tau_{zy} \, dA = 0$
4. $Mx = \int \sigma_z \, y \, dA$
5. $My = \int \sigma_z \, x \, dA = 0$
6. $Mz = \int (\tau_{zy} \, x - \tau_{zx} \, y) \, dA = 0$

(17.04.03)
(Ecuaciones de equivalencia)

En primer lugar, podemos observar que, si de acuerdo con la hipótesis de Bernoulli-Navier las secciones planas se mantienen planas, consideraciones análogas a las realizadas al tratar la solicitación axil nos permiten concluir que ***en la solicitación por Flexión Pura, las distorsiones γ son nulas*** **y, en consecuencia,**

también lo son *las tensiones tangenciales* τ, quedándonos nuevamente reducido a tres (primera, cuarta y quinta) el número de ecuaciones de equivalencia que puede emplearse para resolver el problema, ya que la segunda, la tercera y la sexta resultan idénticamente nulas.

Por otra parte, la primera ecuación exige para su cumplimiento que **las *tensiones normales* en la sección sigan una ley de *distribución antimétrica***, de modo tal que la integral sea nula. Esto implica dos cosas: que habrá *tensiones normales de tracción* y *de compresión* y, de acuerdo con la primera forma de la ley de Hooke, que *habrá fibras que se alarguen* ($\varepsilon_z > 0$) y *otras que se acorten* ($\varepsilon_z < 0$).

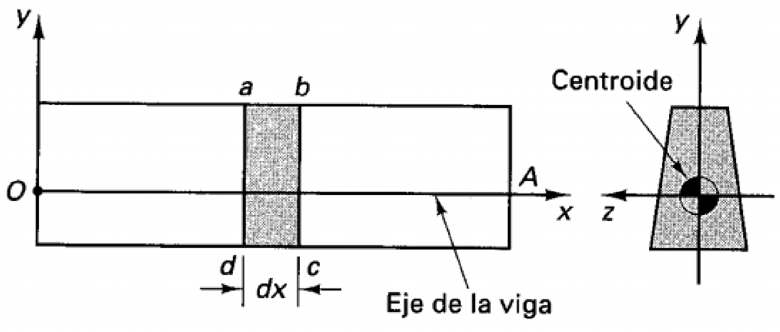
Además, si la hipótesis de Bernoulli-Navier establece que las secciones (que permanecen planas) rotan alrededor de un eje que pertenece a la sección, esto implica que ***los alargamientos y acortamientos Δl* de las diferentes fibras seguirán una *ley de variación lineal*, lo que nos permite concluir que también la seguirán las *deformaciones específicas* ε_z y las *tensiones normales* σ_z.**

Por último, realizando un breve análisis deductivo empleando la primera y la quinta ecuaciones de equivalencia, puede demostrarse que *el eje neutro debe ser baricéntrico* y que *la línea de fuerzas y el eje neutro son ejes conjugados de inercia*, por lo que hallándonos en un caso de flexión pura normal, el eje neutro coincide con el otro eje principal de inercia baricéntrico.

Resumiendo, en el caso de **Flexión Pura** (**Normal** u **Oblicua**) se tiene que:

- **Las *distorsiones* son nulas.**
- **Las *tensiones tangenciales* son nulas.**
- **Las *tensiones normales* siguen una ley de distribución antimétrica.**
- **Las *deformaciones específicas* siguen una ley de variación lineal.**
- **Las *tensiones normales* siguen una ley de variación lineal.**
- **El *eje neutro* es baricéntrico.**
- **La *línea de fuerzas* y *el eje neutro* son ejes conjugados de inercia.**

A continuación (figuras 17.04.01 (a), (b), (c), (d) y (e)), se resumen todas las ideas que acabamos de ver (se emplea *terna derecha*):



(a)

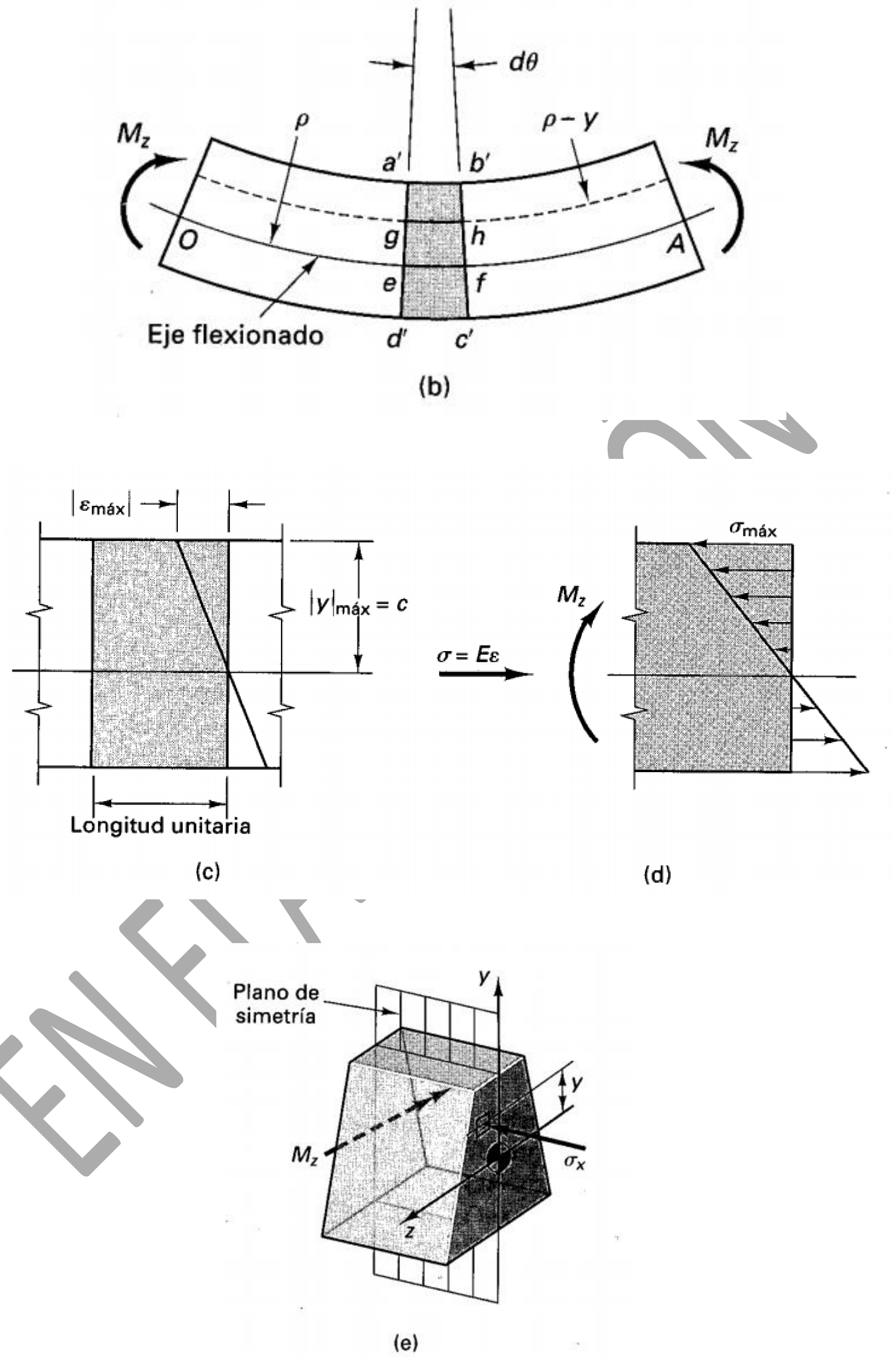


Fig. 17.04.01-FLEXIÓN PURA NORMAL: comportamiento supuesto de una viga elástica
(Fuente: Mecánica de Sólidos-Egor P. Popov-Pearson Educación, México 2000)

con el siguiente significado:

- Figura (a): viga antes de la deformación por flexión (vista lateral y sección transversal)
- Figura (b): viga después de la deformación por flexión
- Figura (c): diagrama de alargamientos y acortamientos de las diferentes fibras (como la distancia entre dos secciones se adoptó unitaria, es igual al diagrama de deformaciones específicas.
- Figura (d): diagrama de tensiones normales
- Figura (e): perspectiva de un trozo de viga
- Centroide = baricentro

❖ **Pregunta 17.05: ¿CUÁL ES LA EXPRESIÓN QUE RIGE EL ASPECTO RESISTENTE DE LA FLEXIÓN PURA NORMAL?**

Teniendo en cuenta ahora la cuarta ecuación de equivalencia y considerando en ella que la ley de variación de las tensiones debe ser lineal, en función de la distancia de la fibra considerada al eje neutro, se puede concluir que:

$$\sigma = (M / In) \cdot y \qquad (17.05.01)$$

que es la **expresión que gobierna los dos aspectos posibles del problema resistente**, esto es, el *proyecto* y la *verificación* de secciones, siendo:

- σ = tensión normal en las fibras ubicadas a una distancia y del eje neutro.
- M = momento flexor de la sección.
- In = momento de inercia de la sección total con respecto al eje neutro.
- y = distancia que media entre la fibra considerada y el eje neutro.

Dado que en nuestro curso empleamos *terna izquierda*, podemos ver rápidamente que *el signo de la tensión normal viene dado por el de la distancia* y. En efecto, para el caso de un momento flexor positivo, siendo siempre positivo el momento de inercia, tendremos tensiones de compresión por encima del eje neutro y de tracción por debajo de él, mientras que si el momento flexor es negativo, sucede exactamente lo contrario.

INCOMPLETO
EN ELABORACIÓN