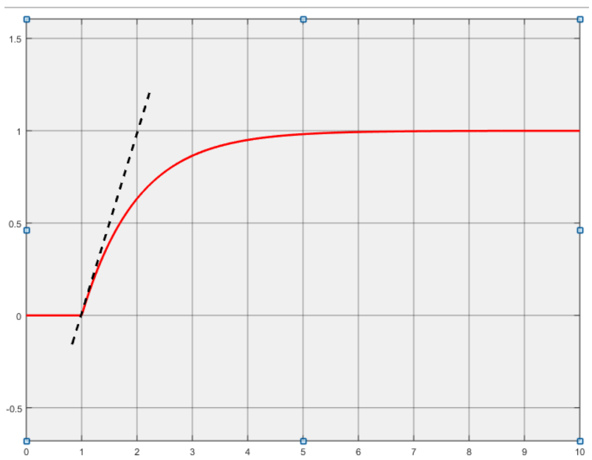
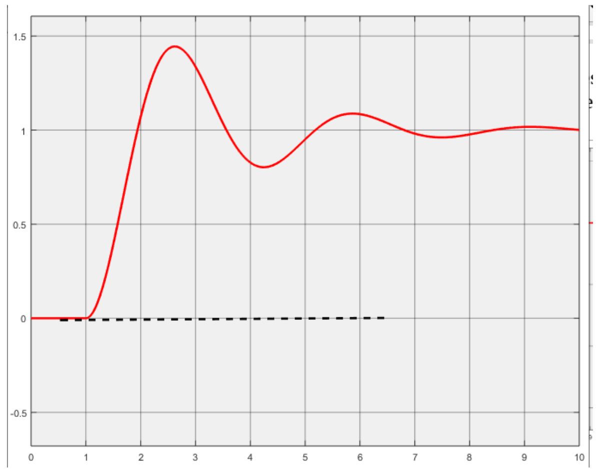
CONCEPTOS BÁSICOS DE CONTROL AUTOMÁTICO
Curso 2022

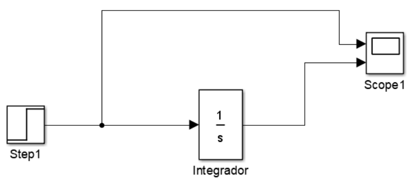
¿Primer orden?¿Segundo orden? Algunas situaciones confusas se aclaran analizándolas en el diagrama de integradores.

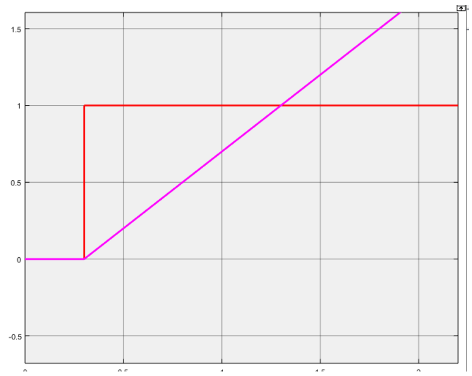
Se suele decir frecuentemente que la respuesta al escalón de un sistema de primer orden se diferencia de la de segundo orden, en que el primer caso presenta una pendiente definida y el segundo tiene derivada nula.



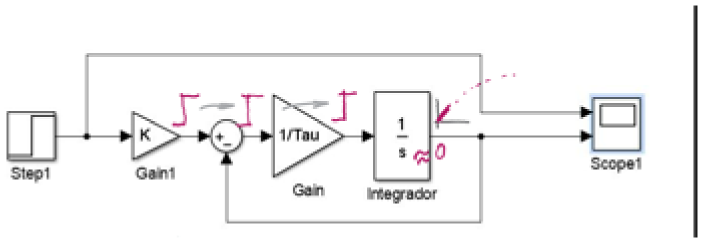


El concepto central para analizar estas situaciones es que la salida de un integrador aislado es una rampa que, obviamente, presenta pendiente no nula desde t = 0.



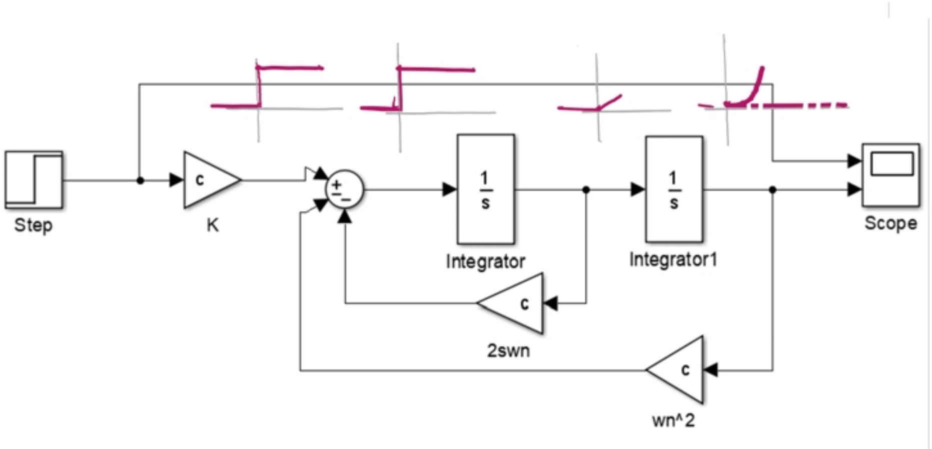


Planteando el diagrama de integradores de $\tau\,\dot{y}(t)+y(t)=K\,u(t)$ vemos que, como *y(0) = 0,* el flanco se trasmite al integrador y se comporta (en este instante) igual que en lazo abierto. *(Posteriormente, a medida que y(t) crece, la amplitud de la señal sobre el integrador disminuye y por lo tanto también disminuye progresivamente la pendiente. Finalmente, la respuesta esponencial llegará al equilibrio con pendiente nula).*



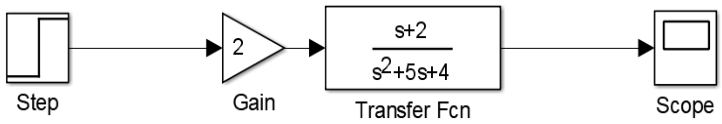
Planteando el diagrama de integradores de $\ddot{y}(t)+2\sigma\,\omega_n\dot{y}(t)+\omega_n^2 y(t)=K\,u(t)$ vemos que en el momento inicial tanto la salida como su derivada son nulas, lo que se refleja en el modo en que se establece *y(t)*, sin un cambio abrupto de pendiente.
El primer integrador recibe una señal de valor definido; por eso el cambio de pendiente. El segundo integrador recibe una señal que empieza a crecer, pero que en ese instante es nula ($\dot{y}(0)=0$) y por eso el trazo inical horizontal.

Podemos ver que una señal escalón origina un cambio de la pendiente inicial si en el diagrama tenemos un trayecto con un bloque integrador. Si hay dos (o más) integradores entre la entrada en escalón y el punto de salida, la señal comienza a crecer con pendiente nula.

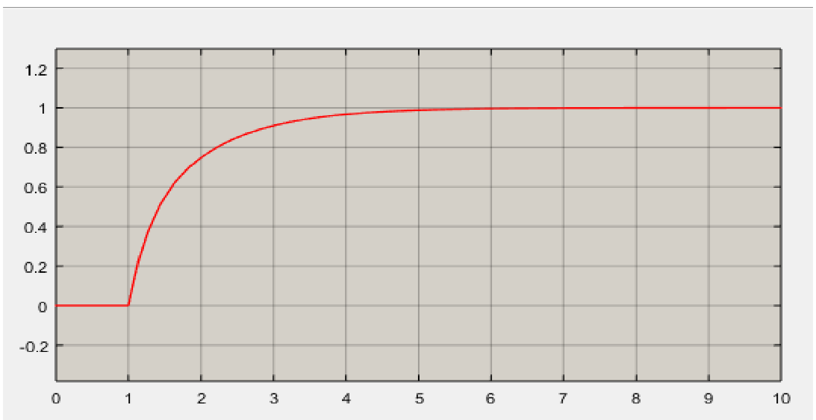


A partir de estos conceptos, consideremos ahora la respuesta al escalón de un sistema de segundo orden caracterizado por una transferencia similar, pero con un cero en el numerador.

Por ejemplo, $G(s)=2\dfrac{(s+2)}{(s^2+5s+4)}$



Corriendo la simulación se obtiene

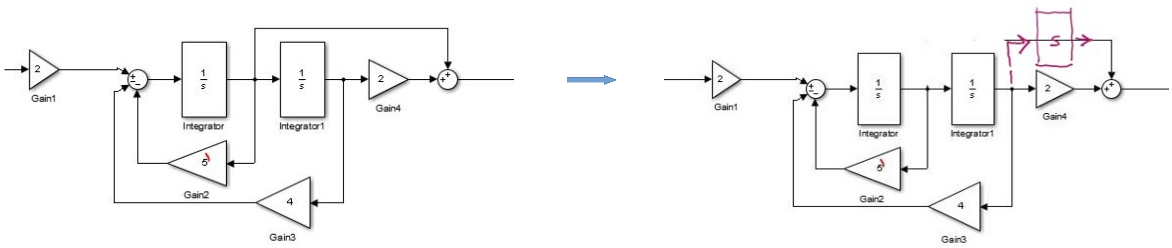


donde claramente se ve que la derivada en el inicio no es nula. Se asemeja más al ejemplo visto de sistema de primer orden.

Podemos analizar esta aparente contradicción, estudiando diagramas de integradores que cumplan con esta transferencia

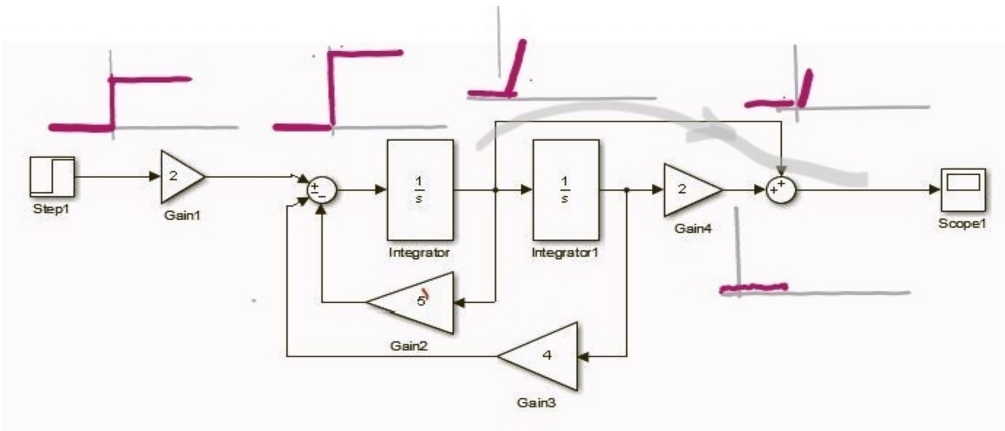
$$G(s)=\frac{Y}{U}=2\frac{(s+2)}{(s^2+5s+4)}$$

Utilizando Álgebra de Bloques podemos verificar que el siguiente diagrama tiene esa G(s)



$$G_1=\frac{s^{-1}}{(1+5s^{-1})}$$
$$G_2=\frac{(G_1 s^{-1})}{(1+4G_1 s^{-1})}=\frac{1}{(s^2+5s+4)}$$
$$G_{total}=2*(\frac{1}{(s^2+5s+4)})(s+2)$$

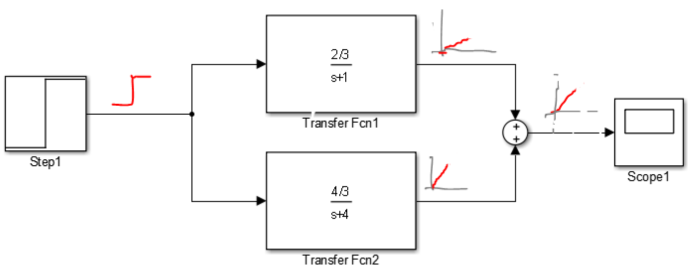
y si en ese diagrama analizamos la respuesta a un escalón de entrada vemos que hay un camino directo entre el primer integrador y la salida. Como la respuesta del primer integrador es, inicialmente una rampa, el crecimiento en rampa aparece desde el primer instante, en tanto que la salida del segundo integrador todavía no se refleja en *y(t)*.



A la misma conclusión llegamos si analizamos otra estructura posible que tenga la misma transferencia final. Si hacemos la descomposición en fracciones simples,

$$G(s)=\frac{Y}{U}=2\frac{(s+2)}{(s^2+5s+4)}=2\frac{(s+2)}{((s+1)(s+4))}=\frac{2/3}{(s+1)}+\frac{4/3}{(s+4)}$$

como son dos transferencias que se suman, eso corresponde a dos bloques en paralelo que suman sus salidas,

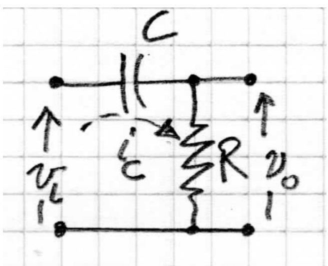


Como en cada camino que hay entre entrada y salida vemos un sistema clásico de primer orden, no puede sorprendernos que la salida del sistema de segundo orden arranque con pendiente cuando la entrada es un escalón.

Vemos entonces que la respuesta inicial es plana en sistemas de segundo orden sólo si la transferencia es de “puros polos”.

Podemos preguntarnos entonces si la presencia de un cero no tendrá efectos en la forma de la respuesta inicial en el caso de primer orden.

Si bien no hay muchos ejemplos físicos de este tipo en distintos campos de la ingeniería, en ingeniería electrónica hay uno muy frecuente que es el modelo de un filtro pasa-altos.



La corriente por C es $i_c=C\dot{v}_c=v_0/R$

transformando Laplace $I_c(s)=Cs(V_i(s)-V_0(s))=V_0/R$

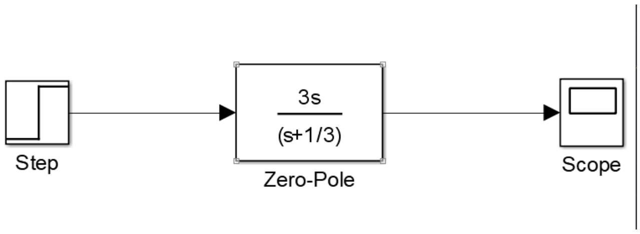
de donde podemos despejar la Transferencia

$$\frac{V_0}{V_i}=\frac{RCs}{(1+RCs)}$$

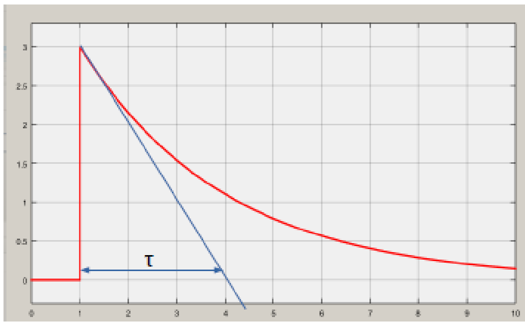
sistema de primer orden con un polo en $s = -1/CR$

y un cero en $s=0$

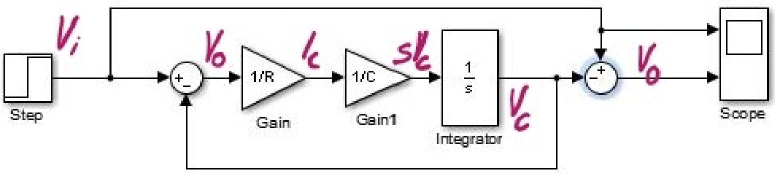
Si hacemos una simulación, (con valores arbitrarios C=150 uF, R = 20K)



La respuesta, en el instante inicial, no sólo no es una curva de pendiente positiva, sino que presenta un franco abrupto. La característica de primer orden la vemos en la forma exponencial del descenso, con constante de tiempo τ = -1/RC, a partir del valor inicial.



Para entender porqué un sistema dinámico de primer orden tiene una respuesta de este tipo podemos construir el diagrama de integradores a partir de las ecuaciones del circuito eléctrico,



...y aquí se ve claramente que hay un camino por el cual la señal pasa directamente de entrada a salida en el momento inicial. Posteriormente, a medida que la salida del integrador aumenta, la respuesta final irá decreciendo.
Si el cero no estuviera en el origen, la forma cambiaría algo, pero veríamos el mismo efecto en *t=0* .

En control de procesos este tipo de transferencia no suele aparecer en los modelos de plantas simples, pero corresponde a las acciones “lead-lag” en los programas de diversos controladores.