1. Sea un sistema LTI FIR descripto por:

$$y[n] = \sum_{k=0}^{N} b_k x[n-k]$$

Determine los valores de los coeficientes b_k y el menor valor de N que permiten satisfacer las siguientes propiedades:

a) El filtro tiene fase lineal generalizada.

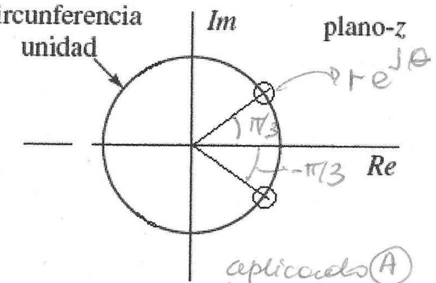
b) El filtro permite anular completamente una sinusoide de frecuencia $\pi/3$.

c) $H(e^{j0}) = H(e^{j\pi}) = 1$.

Puedo usar la siguiente expresión , aplicando Transformada Z

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \underline{\sum_{k=0}^{N} b_k z^{-k}} \xrightarrow{z=e^{j\omega}} H(e^{j\omega}) = \sum_{k=0}^{N} b_k e^{-j\omega k} \quad (A)$$

Suponiendo fase lineal la posición de los ceros vendrá dada por : (Si $r=1$) $\quad H(z_0) = z_0^{-M} H(z_0^{-1}) = 0.$



aplicando (A)

condición c) ① $H(e^{j0}) = 1 \Rightarrow b_1 + b_2 + b_3 + \dots b_{N-1}$

② $H(e^{j\pi}) = 1 \Rightarrow b_1 + b_2 e^{-j\pi} + b_3 e^{-2j\pi} + \dots b_{N-1} e^{-j(N-1)\pi}$

pedido $H(e^{j\pi/3}) = 0$ ③ $\Rightarrow b_0 + b_1 e^{-j\pi/3} + b_2 e^{-2\pi/3 j} + b_3 e^{-j\pi} + \dots + b_{N-1} e^{-j(N-1)\pi/3}$

por fase lineal ④ $(e^{-j\pi/3})^{N-1} H(e^{j\pi/3}) = 0 \Rightarrow (e^{-j\pi/3})^{N-1} \cdot [b_0 + b_1 e^{j\pi/3} + b_2 e^{2j\pi/3} + \dots b_{N-1} e^{+j(N-1)\pi/3}$

Con estas condiciones puedo adoptar $N=4$ (pues tengo sólo 4 ecuaciones con 4 incógnitas)

RESOLVIENDO

① $b_0 + b_1 + b_2 + b_3 = 1$

② $b_0 - b_1 + b_2 - b_3 = 1$

③ $b_0 - 0{,}5 b_1 - 0{,}5 b_2 - b_3 = 0$

④ $b_0 + 0{,}5 b_1 - 0{,}5 b_2 + b_3 = 0$

$b_0 = -1$

$b_2 = 2$

$b_3 = b_1 = 0$

$$\Rightarrow \boxed{H(e^{j\omega}) = -1 + 2e^{-j2\omega}}$$

Verificamos:

$$H(e^{j0}) = -1+2e^{0} = 1 \quad \checkmark \text{ ok}$$

$$H(e^{j\pi}) = -1+2e^{j\pi} = 1 \quad \checkmark \text{ ok}$$

$$H(e^{j\pi/3}) = -1 + \underbrace{|0{,}5+j0{,}866|}_{1} = 0 \quad \checkmark \text{ ok}$$