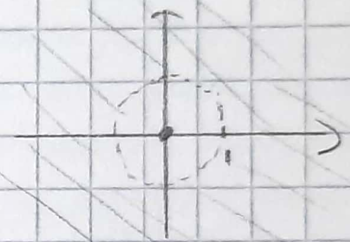
67) Desarrollos alrededor de ∞

67.1) $F(z) = \dfrac{1}{z(z-1)}$, singularidades: 0, 1



$$z_0 = 1 \rightarrow F(z) = \frac{1}{(z-0)(z-1)} = \frac{A}{z} + \frac{B}{z-1} = \frac{A(z-1) + B(z)}{z(z-1)} = \frac{z(A+B) - A}{z(z-1)}$$

$$\begin{cases} (A+B) = 0 \rightarrow A = -B \\ -A = 1 \rightarrow A = -1 \ , \ B = 1 \end{cases} \rightarrow F(z) = \boxed{-\overbrace{\frac{1}{z}}^{F_1(z)}} + \overbrace{\frac{1}{z-1}}^{F_2(z)}$$

Correcto lo que indicas en el correo. Esto YA ES el DSL de f_1 en z_0=0

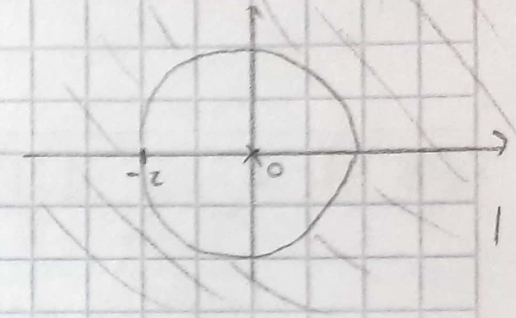
$$F_1(z) = \frac{1}{z-1+1} = \boxed{1 + \frac{1}{z-1}} = 1 + \frac{1}{z}\frac{1}{1-\frac{1}{z}} = 1 + \frac{1}{z}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1^n}{z^n} \ , \quad \left|\frac{1}{z}\right| < 1 \rightarrow 1 < |z| \checkmark$$

$$= 1 + \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1^n}{z^{n+1}}$$

Acá tenés un error, eso no es igual

$$\Rightarrow F(z) = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1^n}{z^{n+1}} - 1 - \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1^n}{z^{n+1}} = -1 \quad ?$$

$67.5]\quad F(z) = \dfrac{(z-1)}{z(z+2)}$ Singularidades



$|z| > 2$

Acá de nuevo este paso está mal y a la F_1(z) ya la tenías con su DLS en z_0=0.

$$= \frac{(z-1)}{(z-0)(z+2)} = \frac{A}{z} + \frac{B}{z+2} = \frac{A(z+2)+Bz}{z(z+2)} = \frac{z(A+B)+2A}{z(z+2)}$$

$$\begin{cases} A+B = 1 \to B = \frac{3}{2} \\ 2A = -1 \to A = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$F(z) = -\frac{1}{2}\cdot\overbrace{\frac{1}{z}}^{F_1(z)} + \frac{3}{2}\cdot\overbrace{\frac{1}{z+2}}^{F_2(z)}$$

Acá fuiste más rápido que yo... abajo te dejo una foto de cómo lo hago yo para no marearme.

$$F_1(z) = \frac{1}{z+2-2} = \boxed{-\frac{1}{2} + \frac{1}{z+2}} = -\frac{1}{z} + \frac{1}{z}\,\frac{1}{1-\left(-\frac{2}{z}\right)} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{z}\sum_{n=0}^{\infty}\left(-\frac{2}{z}\right)^n, \quad \left|\frac{2}{z}\right| < 1 \to 2 < |z|$$

$$= -\frac{1}{2} + \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-2)^n}{z^{n+1}}$$

$$\boxed{F_2(z) = \frac{1}{z+2} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-2)^n}{z^{n+1}}} \quad |z| > 2$$

$$\Rightarrow \boxed{F(z) = -\frac{1}{2}\left[-\frac{1}{2} + \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-2)^n}{z^{n+1}}\right] + \frac{3}{2}\left[\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-2)^n}{z^{n+1}}\right] \quad \text{CV } 2 < |z|}$$

$$f_2(z) = \frac{1}{z+2} = \frac{1}{z}\cdot\frac{1}{1-\left(-\frac{2}{z}\right)} \underset{|w| = \left|-\frac{2}{z}\right| < 1}{=} \frac{1}{z}\sum_{n=0}^{+\infty}\left(-\frac{2}{z}\right)^n = \sum_{n=0}^{+\infty}(-2)^n\cdot z^{-(n+1)} \quad \begin{cases} k = -(n+1) \\ n = 0 \Rightarrow k = -1 \\ n = +\infty \Rightarrow k = -\infty \\ n = -(k+1) \end{cases}$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{k=-1}(-2)^{-(k+1)}\cdot z^k = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} b_k z^k \quad \text{donde } b_k = \begin{cases} (-2)^{-(k+1)} & \text{si } k \le -1 \\ 0 & \text{si } k \ge 0 \end{cases}$$