

Departamento de Estabilidad

84.02/64.01 ESTABILIDAD I

MODELOS E HIPÓTEIS

Autora: Ing. Carolina Pérez Taboada¹

Con la colaboración de: Ing. Patricia Aab²
Ing. Luis Fernando Parente³
Ing. Germán Scazzuso⁴
Srta. Valeria Saavedra⁵

¹ JTP del Dto. de Estabilidad, Facultad de Ingeniería, UBA

² JTP del Dto. de Estabilidad, Facultad de Ingeniería, UBA

³ JTP del Dto. de Estabilidad, Facultad de Ingeniería, UBA

⁴ Ayudante del Dto. de Estabilidad, Facultad de Ingeniería, UBA

⁵ Ayudante del Dto. de Estabilidad, Facultad de Ingeniería, UBA

Índice de contenidos

Fuentes de consulta.....	2
Objetivos.....	3
Conocimientos previos.....	3
Modelos.....	3
Estática del cuerpo rígido.....	4
Mecánica del continuo.....	4
Hipótesis.....	4
Hipótesis del medio continuo.....	4
Hipótesis de linealidad.....	5
Linealidad geométrica.....	¡Error! Marcador no definido.
Linealidad Mecánica o Ley de Hooke generalizada.....	¡Error! Marcador no definido.
ANEXOS.....	6
Sistemas de unidades.....	6

Fuentes de consulta

El presente apunte se ha confeccionado en base a la bibliografía que se detalla a continuación. Para mayor profundidad o detalles, ejercicios resueltos y ejercicios propuestos, favor de recurrir a las fuentes.

- R. C. Hibbeler (2004) *Mecánica vectorial para ingenieros - Estática*, México, Pearson Educación, página 3
- M. Cervera Ruiz, E. Blanco Díaz (2002) *Mecánica de estructuras, Libro 2, Métodos de Análisis*, Barcelona, España, Edicions UPC, página 13
- M. Cervera Ruiz, E. Blanco Díaz (2002) *Mecánica de estructuras, Libro 1, Métodos de Análisis*, Barcelona, España, Edicions UPC, página 38
- E. N. Dvorkin, M. B. Goldshmit (2005) *Non Linear Continua, Monograph*, Springer, página 2

Modelos e hipótesis

Objetivos

Los objetivos del presente documento son:

- Introducir el área de estudio sobre el cual se apoya la materia Estabilidad I: Estática del Cuerpo Rígido
- Que el estudiante comprenda cómo se representa la realidad mediante modelos y reconozca la existencia de incertidumbres
- Que el estudiante reconozca las hipótesis que se asumen para la resolución de modelos

Conocimientos previos

La materia Estabilidad I tiene como correlativas:

- Análisis matemático II, del Departamento de Matemáticas
- Física I, del Departamento de Física

Se asume que los estudiantes tienen incorporados los conocimientos incluidos en los programas de estas materias.

Modelos e incertidumbre

Bajo el nombre de Estabilidad (tendencia a permanecer en la posición en que se encuentra un sólido) se analiza una tipología de fenómenos físicos⁶ aplicando un método propio de la física orientado a este tipo de fenómenos.

La Física, según han visto, parte de la adopción del **Principio de la causalidad**: no hay efecto sin causa. Se pretenden identificar las **causas** que originan los **efectos**. El objetivo es intentar reproducir esa relación mediante un **modelo matemático** a fin de predecir los efectos que provocarán determinadas causas.

Las hipótesis son simplificaciones para que la mente pueda apreciar el problema. El modelo está pensado en términos matemáticos como herramienta para la cuantificación de causas y efectos. Sin embargo, el modelo por sí mismo no corrige los apartamientos de la realidad y puede conducir a errores como despreciar la incidencia de causas, asignar parámetros que no se corresponden con la realidad, establecer relaciones funcionales incorrectas, etc.

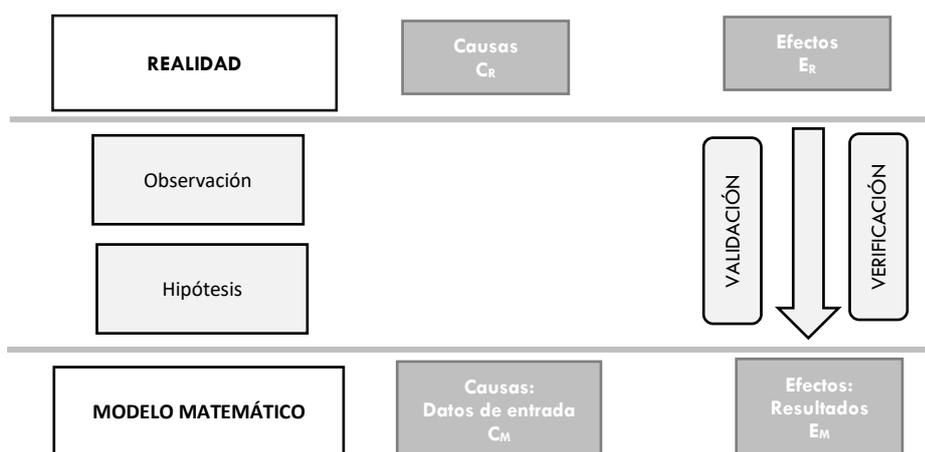


Figura 1. Esquema de modelación de problemas físicos

⁶ Fenómeno físico en su acepción más amplia es toda transformación que se registra en el mundo que nos rodea

Para ponderar la verosimilitud del modelo se compara el resultado obtenido de la realidad con el del modelo matemático. Normalmente habrá una diferencia entre estos valores y la magnitud de esta permitirá apreciar la eficiencia del modelo.

$$E_R - E_M = I \quad (\text{Eq 1})$$

Siendo I la incertidumbre del modelo de análisis.

La incertidumbre refleja el apartamiento de la realidad. Aún así, por lo general las comprobaciones se efectúan sobre una simulación en un laboratorio, que, por semejanza, se la asimila a la realidad. Por lo cual, la verificación del modelo debe realizarse por varios medios para reducir el grado de incertidumbre.

Frente a un problema nuevo se deben realizar comprobaciones de dos tipos:

- Verificación: comprobar que se hayan resuelto bien las ecuaciones que rigen el modelo
- Validación: comprobar que el modelo haya sido adecuado para el problema

Es en base a la experiencia acumulada de años de desarrollo, que se pueden elegir correctamente los modelos e hipótesis adecuadas para los problemas más corrientes.

Estática del cuerpo rígido

La mecánica es la rama de la física que se ocupa el estado de reposo o movimiento de cuerpos sometidos a la acción de fuerzas.

Dependiendo de las características del cuerpo, se puede clasificar la mecánica en:

- Mecánica del Cuerpo Rígido (MCR)
- Mecánica del Cuerpo Deformable (MCD) y
- Mecánica de Fluidos (MF)

En función del estado de movimiento del cuerpo, se puede dividir en:

- Estática: trata el **equilibrio** de los cuerpos, es decir, en reposo o sometido a velocidad constante
- Dinámica: trata de cuerpos sometidos a un movimiento acelerado

En la materia Estabilidad I se estudia la **Estática del Cuerpo Rígido**, ya que ésta constituye una base adecuada para el diseño y análisis de muchos tipos de dispositivos estructurales y mecánicos. Además, la Estática del Cuerpo Rígido proporciona la base necesaria para el estudio de la Mecánica de los Cuerpos Deformables.

Mecánica del continuo

La rama de la mecánica que propone un modelo unificado para el estudio de la MCR, MCD y la MF es la *mecánica del continuo*.

Hipótesis

Hipótesis del medio continuo

La mecánica del continuo utiliza la hipótesis de medio continuo. Consiste en no considerar la estructura atómica o molecular del cuerpo, ignorando las discontinuidades asociadas a estas. Por lo tanto, considera que las propiedades del material son funciones continuas.

En la mecánica del continuo se suelen emplear como hipótesis simplificadoras:

Hipótesis de rigidez

Se admite la hipótesis de rigidez⁷. Se le llama **cuerpo** al conjunto de partículas vinculadas entre sí mediante fuerzas de cohesión. En realidad, en la naturaleza no existen cuerpos absolutamente

⁷ La hipótesis de rigidez es la primera que se pierde al entrar en el estudio de la Resistencia de Materiales, dentro del a Mecánica del Cuerpo Deformable.

rígidos, sino que se deforman en mayor o menor grado bajo la acción de las fuerzas que los solicitan. Pero, en el caso de los materiales usuales en las estructuras y dispositivos mecánicos, las deformaciones que sufren son pequeñas y pueden no ser tenidas en cuenta sin mayor error.

Bajo la hipótesis de rigidez se supone invariable la distancia entre dos puntos de un cuerpo cuando éste se encuentra sometido a la acción de fuerzas exteriores.

En las estructuras son aceptables las deformaciones mientras que sean compatibles con la función para la cual fueron proyectadas y no pongan en peligro la seguridad.

Hipótesis de linealidad

Los sistemas lineales son aquellos para los cuales los efectos (resultados) son proporcionales a las causas (datos de entrada). Ofrecen la garantía de que la solución exista y sea única.

Linealidad geométrica: relación lineal entre corrimientos o componentes de corrimientos.

Linealidad estática: planteo del equilibrio independientemente de los corrimientos de la estructura (en la configuración original).

Normalmente ambas hipótesis permiten obtener una incertidumbre aceptable cuando los sistemas registran movimientos muy pequeños, teoría de mínimos corrimientos.

Se habla de linealidad geométrica cuando al analizar corrimiento de un cuerpo, que puede ser considerado como una rotación respecto a un polo de rotación O , el desplazamiento d que experimenta un punto P , hasta su posición final P' , es perpendicular a la recta que une el punto con el polo.

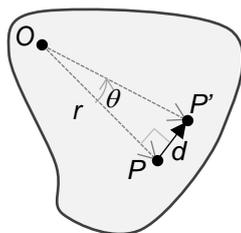


Figura 2. Linealidad geométrica

El desplazamiento d se cuantifica como el giro θ por la distancia r .

$$d = \theta \cdot r \tag{Eq 2}$$

Es decir, la distancia es el factor que relaciona dos corrimientos: el giro y el desplazamiento, por lo tanto, existe una relación lineal entre corrimientos.

Si los corrimientos no fueran pequeños sería necesario utilizar la tangente para la relación, que dejaría de ser lineal, pues depende ya no de la distancia, que sigue siendo constante, sino de una función trigonométrica.

La **teoría de los mínimos corrimientos** establece que los corrimientos (desplazamientos y giros) que se producen son pequeños.

Se entiende que los desplazamientos son pequeños comparados con las dimensiones geométricas de la estructura y los giros (en radianes) son pequeños comparados con la unidad.

En términos de giros se admiten las siguientes aproximaciones:

$$\text{sen}(\alpha) \cong \alpha \qquad \cos(\alpha) \cong 1 \qquad \text{tg}(\alpha) \cong \alpha$$

Una vez apartados de la hipótesis de rigidez, en el estudio de las deformaciones y las tensiones, se admite la **linealidad mecánica** o del material, o Ley de Hooke generalizada.

La validez de la aplicación de estas hipótesis a cada caso debe considerarse cuidadosamente, aunque en la mayoría de las estructuras de interés viene avalada por la práctica.

Las hipótesis de linealidad dan lugar al **Principio de Superposición de Efectos**, que se estudiará posteriormente.

ANEXOS**Sistemas de unidades**

Por convención se utiliza el Sistema Internacional (SI) de unidades⁸. Para las magnitudes físicas que nos competen, las unidades serán las siguientes:

Magnitud física	Unidad básica	Abreviatura	Derivada de ⁹ :
Longitud	metro	<i>m</i>	UB
Tiempo	segundos	<i>s</i>	UB
Masa	kilogramo	<i>kg</i>	UB
Fuerza	Newton	<i>N</i>	$N = kg \cdot \frac{m}{s^2}$
Presión	Pascal	<i>Pa</i>	$Pa = \frac{N}{m^2}$

Tabla 1. Unidades del SI utilizadas en Estabilidad I

⁸ El Sistema Métrico Legal Argentino (SIMELA) adhiere al SI

⁹ El Sistema Internacional de Unidades consta de siete unidades básicas (UB). A partir de estas se determinan el resto de unidades (derivadas).