

ESTABILIDAD III

Clase 24: Placas Planas Delgadas

Prof. Ing. Guillermo J. Satostegui
23/07/2020

ESTABILIDAD III - CURSO 1 - CLASE 24 - 23/07/2020 - Placas Planas Delgadas

PLACAS PLANAS - BIBLIOGRAFÍA

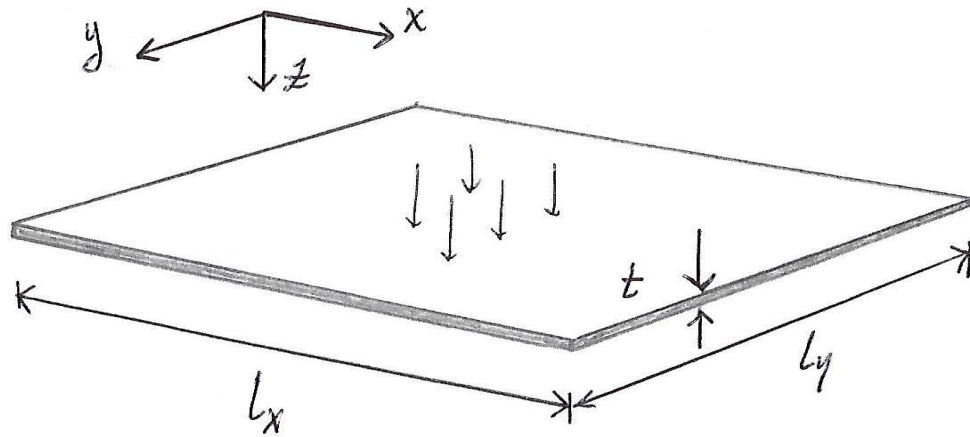
- "CURSO DE PLACAS PLANAS" - Autores: Máximo Fioravanti y Tomás del Carril
Ed: ATEC - (Buenos Aires 1984)
- "CIENCIA DE LA CONSTRUCCIÓN" - TOMO 3 Autor: Odone Belluzzi
Ed: AGUILAR (Madrid 1977)
- "CURSO DE HORMIGÓN ARMADO" - Autor: Oreste Moretto Ed: El Ateneo (Buenos Aires 1976)
- "EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS APLICADO AL ANÁLISIS ESTRUCTURAL"
Autores: MANUEL VÁZQUEZ y ELOISA LÓPEZ Ed: NOELA (Madrid 2001)

TABLAS DE USO FRECUENTE

- "HORMIGÓN ARMADO" Autor: Benno Löser - Tablas del Método de Marcos
Ed: EL ATENEO (BUENOS AIRES 1963)
- "VIGAS CONTINUAS, PÓRTICOS, PLACAS y VIGAS FLOTANTES SOBRE TERRENO ELÁSTICO"
Autor: J. HAHN Ed: Gustavo Gili (BARCELONA 1982)
- "TABLAS PARA EL CÁLCULO DE PLACAS y VIGAS PARED"
Autor: RICARDO BARÉS Ed: Gustavo Gili (BARCELONA 1981)

ESTABILIDAD III - CURSO 1 - CLASE 24 - 23/07/2020 – Placas Planas Delgadas

PLACAS PLANAS DELGADAS SOMETIDAS A FLEXIÓN



$$\text{espesor } t < \begin{matrix} l_x/10 \\ l_y/10 \end{matrix}$$

Una de las dimensiones (espesor "t") es mucho menor que las otras 2.

Esta placa trabajará a flexión, torsión y corte cuando esté sometida a un estado de cargas formado por fuerzas aplicadas perpendicularmente a su superficie.

ESTABILIDAD III - CURSO 1 - CLASE 24 - 23/07/2020 - Placas Planas Delgadas

TEORÍA DE KIRCHHOFF (1850) - Hipótesis de Deformación de las Placas Delgadas:

a) Los desplazamientos " w " de los puntos situados en la superficie media son pequeñas en relación con el espesor " t " de la placa, siendo despreciables sus desplazamientos " u " y " v ".

$$\left. \begin{array}{l} u=0 \\ v=0 \end{array} \right\} \text{ en la SUPERFICIE MEDIA} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \sigma_x=0 \\ \sigma_y=0 \end{array} \right\} \text{ en la SUPERFICIE MEDIA}$$

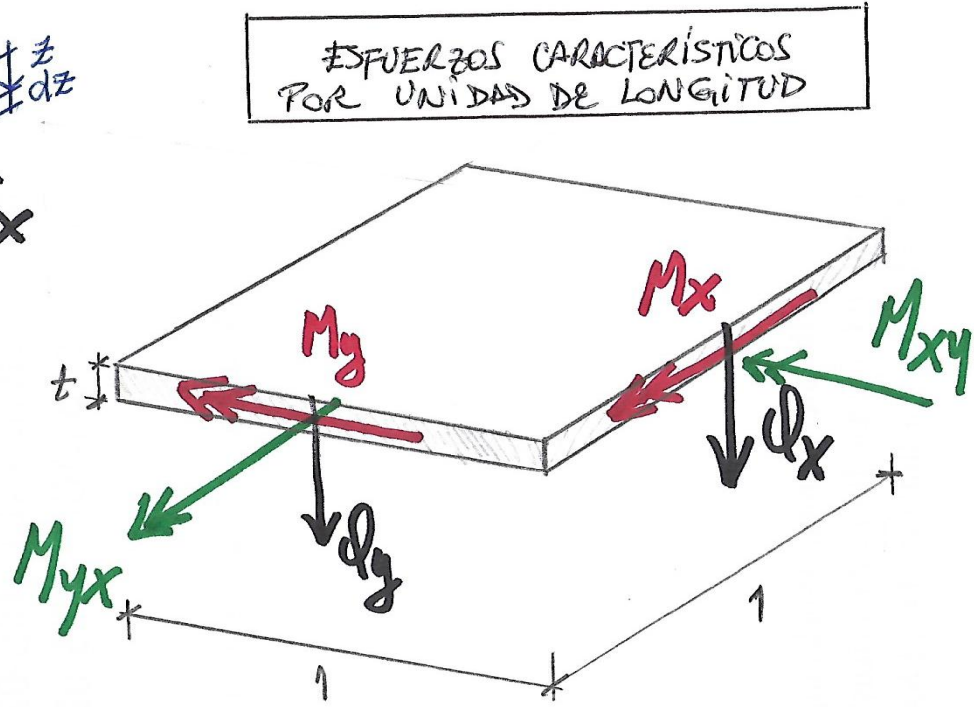
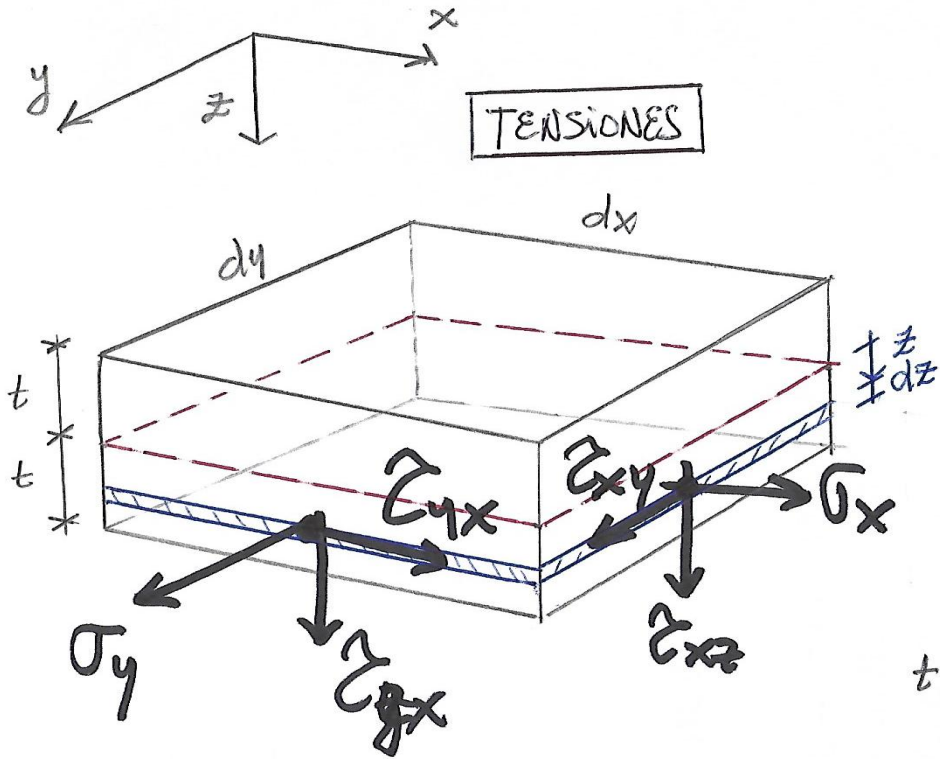
∴ la SUPERFICIE MEDIA es la SUPERFICIE NEUTRA DE FLEXIÓN

b) Los puntos situados en una normal a la SUPERFICIE MEDIA tienen el mismo desplazamiento transversal " w ", y además permanecen situados en una normal a la superficie media de formada.

$$\therefore \left\{ \begin{array}{l} \epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \\ \gamma_{yz} = \gamma_{zx} = 0 \end{array} \right.$$

→ equivale a la hipótesis de Bernoulli de conservación plana de las secciones transversales

ESTABILIDAD III - CURSO 1 - CLASE 24 - 23/07/2020 – Placas Planas Delgadas



ESTABILIDAD III - CURSO 1 - CLASE 24 - 23/07/2020 – Placas Planas Delgadas

ECUACIONES DE EQUIVALENCIA ENTRE ESFUERZOS CARACTERÍSTICOS POR UNIDAD DE LONGITUD Y TENSIONES

$$M_x = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x \cdot z \cdot dz$$

$$M_y = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_y \cdot z \cdot dz$$

$$Q_x = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{xz} \cdot dz$$

$$Q_y = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{yz} \cdot dz$$

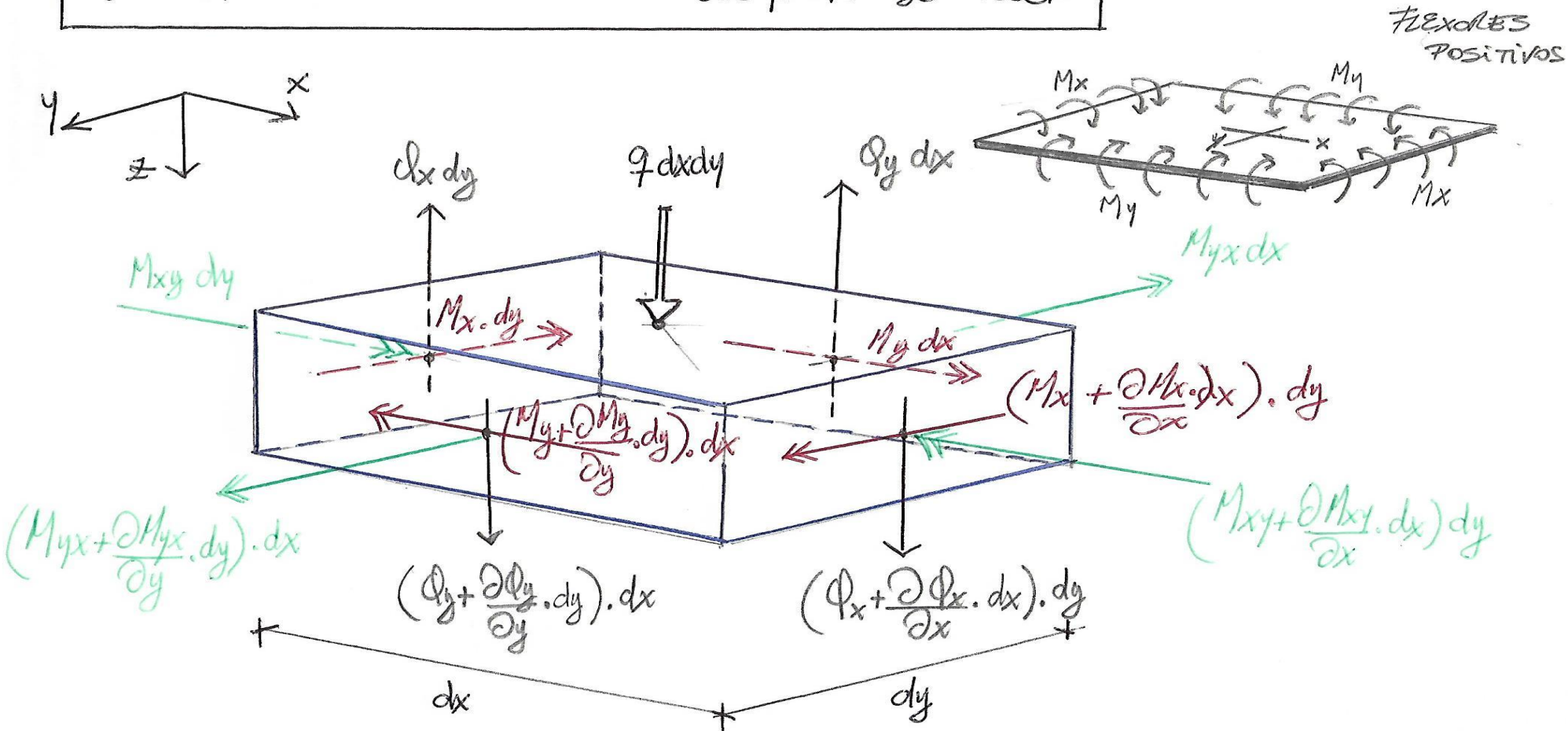
$$M_{xy} = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{xy} \cdot z \cdot dz$$

$$M_{yx} = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{yx} \cdot z \cdot dz$$

$$\tau_{yx} = \tau_{xy} \Rightarrow M_{yx} = M_{xy}$$

ESTABILIDAD III - CURSO 1 - CLASE 24 - 23/07/2020 – Placas Planas Delgadas

Ecuaciones de Equilibrio del Elemento de Placa

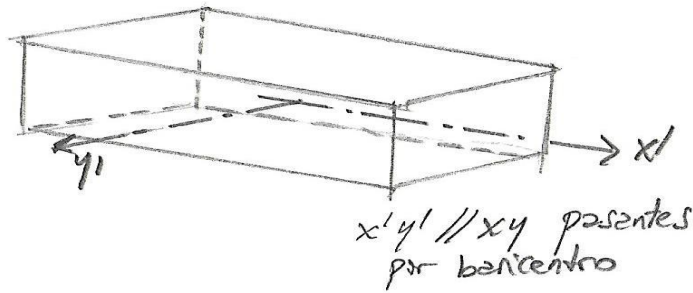


ESTABILIDAD III - CURSO 1 - CLASE 24 - 23/07/2020 – Placas Planas Delgadas

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + q(x,y) = 0$$

$$\sum M_{x'} = 0 \Rightarrow -\frac{\partial M_y}{\partial y} - \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + q_y = 0$$

$$\sum M_{y'} = 0 \Rightarrow \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{yx}}{\partial y} - q_x = 0$$

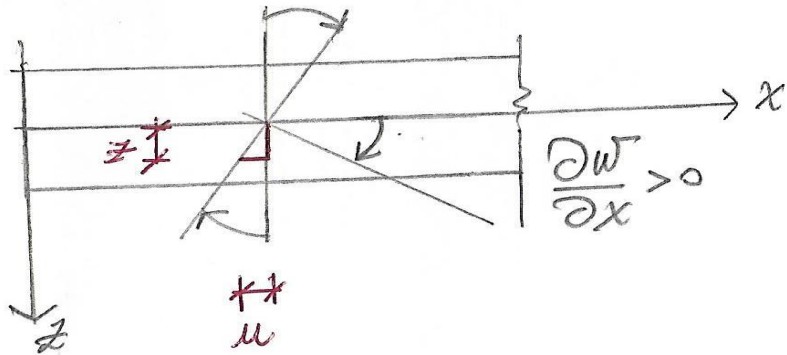


$$\therefore \begin{cases} q_x = \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \\ q_y = \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{yx}}{\partial x} \end{cases}$$

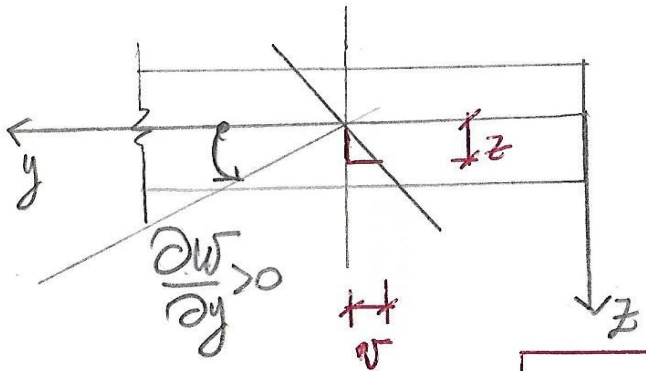
$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + q(x,y) = 0}$$

ESTABILIDAD III - CURSO 1 - CLASE 24 - 23/07/2020 – Placas Planas Delgadas

ECUACIONES CINEMÁTICAS



$$\mu = -z \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$



$$\nu = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

$$\epsilon_z = -z \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ 2 \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{array} \right\}$$

$$\epsilon_z = \left\{ \begin{array}{l} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{array} \right\}$$

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

$$\epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

ESTABILIDAD III - CURSO 1 - CLASE 24 - 23/07/2020 – Placas Planas Delgadas

ECUACIÓN CONSTITUTIVA

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{D}} \cdot \underline{\underline{\epsilon}}$$

σ_z despreciable \Rightarrow asumimos $\sigma_z = 0 \Rightarrow$ ESTADO PLANO DE TENSIONES

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \epsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \underline{\underline{D}} \cdot \underline{\underline{\epsilon}} = \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\nu)}{2} \end{bmatrix} \cdot (-z) \begin{Bmatrix} \partial^2 w / \partial x^2 \\ \partial^2 w / \partial y^2 \\ \partial^2 w / \partial x \partial y \end{Bmatrix}$$

ESTABILIDAD III - CURSO 1 - CLASE 24 - 23/07/2020 – Placas Planas Delgadas

ECUACIÓN DE GOBIERNO

Ecuaciones de Equivalencia:

$$M_x = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x \cdot z \cdot dz = -\frac{E}{(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \int_{-t/2}^{t/2} z^2 dz$$
$$\left[\frac{z^3}{3} \right]_{-t/2}^{t/2} = \frac{t^3}{12}$$

$$M_y = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_y \cdot z \cdot dz = -\frac{E}{(1-\nu^2)} \left(\nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \int_{-t/2}^{t/2} z^2 dz$$

$$M_{xy} = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{xy} \cdot z \cdot dz = -\frac{E}{(1-\nu^2)} \cdot \frac{(1-\nu)}{2} \cdot 2 \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \int_{-t/2}^{t/2} z^2 dz$$

ESTABILIDAD III - CURSO 1 - CLASE 24 - 23/07/2020 – Placas Planas Delgadas

$$\vec{M} = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = - \left(\frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \right) \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\nu)}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \partial^2 w / \partial x^2 \\ \partial^2 w / \partial y^2 \\ 2 \partial^2 w / \partial x \partial y \end{Bmatrix}$$

D : Rigidez a flexión de la Placa

$\vec{\epsilon}$ VECTOR CURVATURA

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} &= -D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \nu \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \right) \\ \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} &= -D \left(\nu \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) \\ \frac{\partial M_{xy}}{\partial x \partial y} &= -D \left((1-\nu) \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \right) \end{aligned}$$

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$$

RIGIDEZ DE LA
PLACA
A FLEXIÓN

ESTABILIDAD III - CURSO 1 - CLASE 24 - 23/07/2020 – Placas Planas Delgadas

Ecuación de equilibrio de fuerzas verticales es: $\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + 2\frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + q(x,y) = 0$

Reemplazando en función de los desplazamientos:

$$-D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \nu \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \right) - D \left(\nu \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) - 2D \left[(1-\nu) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \right] + q(x,y) = 0$$

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} = \frac{q(x,y)}{D}$$

**Ecuación de
LAGRANGE**

$$w = w(x,y)$$

(Ecuación de GOBIERNO)

SOLUCIONES DE LA ECUACIÓN

a) TEORÍA DE LA ELASTICIDAD

- NAVIER (1820) Series Dobles Uniforme P Concentrada
- LEVY (1899) Series Simples
 - ↳ ESTANAVE (1900)
 - HENCKY (1913)
 - NADAI (1915)
 - MESNAGER (1921)
- MARCUS Diferencias Finitas (1919)

b) MÉTODOS APROXIMADOS

- GRASHOF 1878
- GUIDI 1914
- DANUSSO 1911

- MARCUS 1925
- ANALOGÍA DE LA MALLA ORTOGONAL
- MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

1972

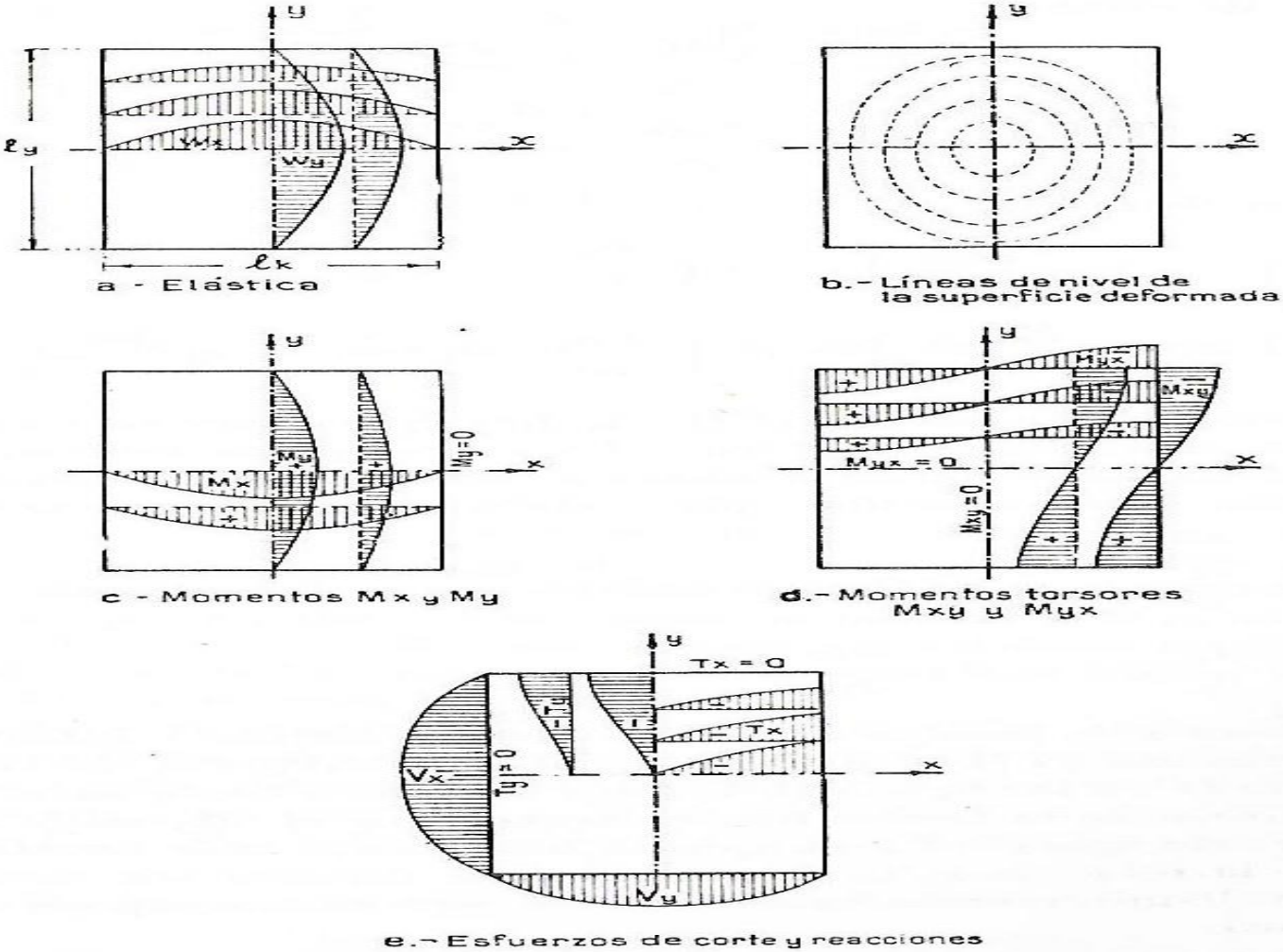


Fig. VII - 4. — Deformaciones y sollicitaciones de una losa simplemente apoyada, sometida a una carga uniformemente repartida

ESTABILIDAD III - CURSO 1 - CLASE 24 - 23/07/2020 – Placas Planas Delgadas

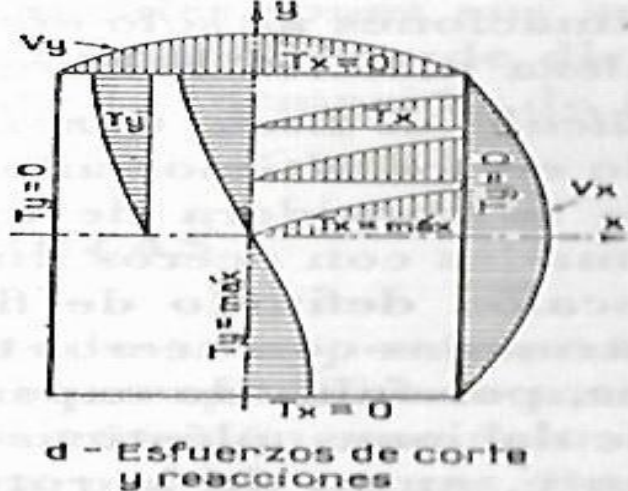
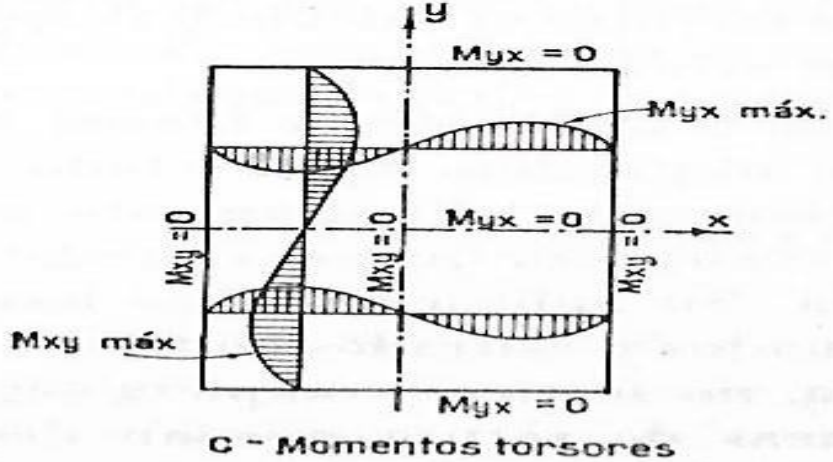
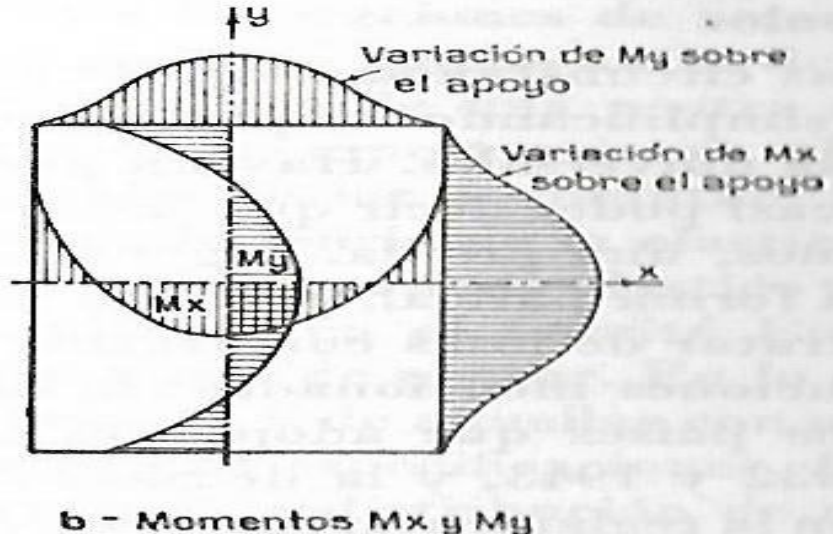
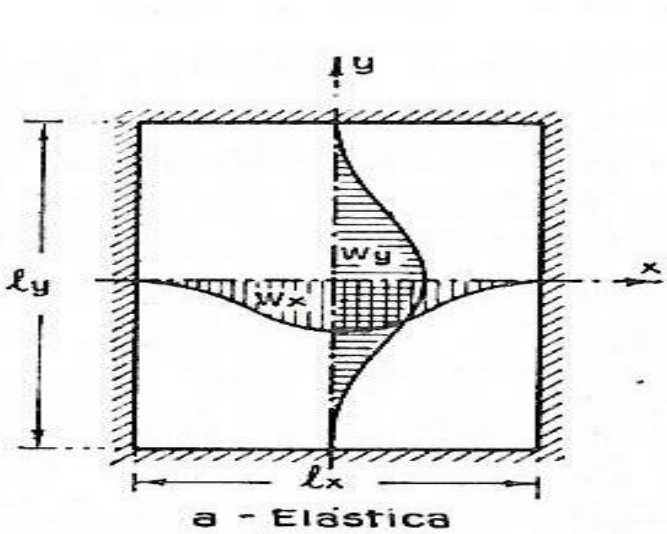
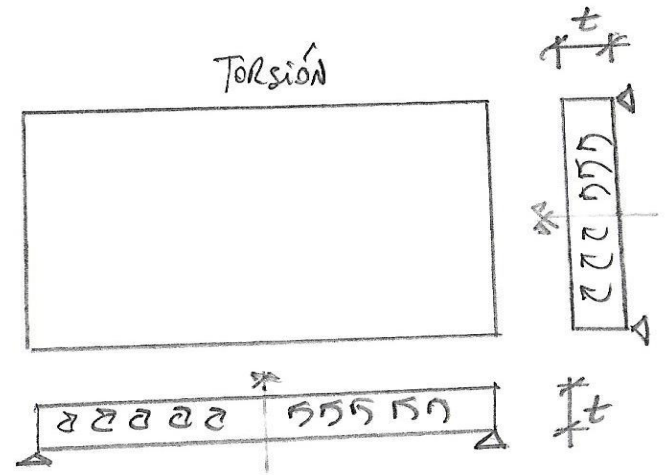
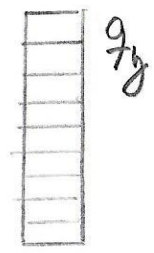
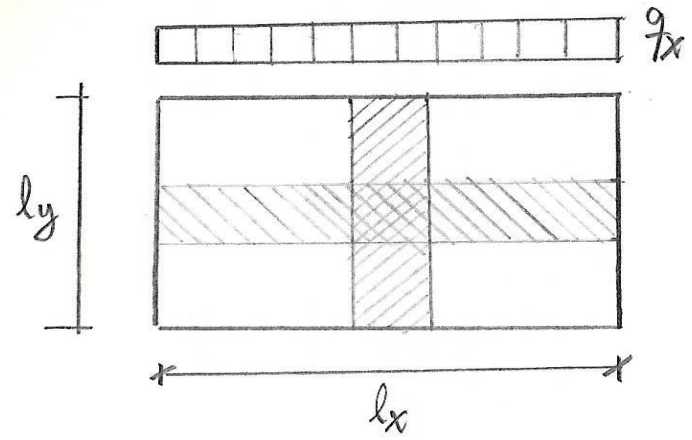


Fig. VII - 5. — Deformaciones y solicitaciones en una losa empotrada sometida a una carga uniformemente distribuida

ESTABILIDAD III - CURSO 1 - CLASE 24 - 23/07/2020 – Placas Planas Delgadas

MÉTODO DE MARCUS

q (KN/m²) CARGA DISTRIBUIDA UNIFORME



Dirección X

flecha $f_x = \frac{\alpha_x}{384} \cdot \frac{q_x \cdot l_x^4}{EJ_x}$

Momento en el tramo (positivo) $M_x = q_x \cdot \frac{l_x^2}{\eta_x}$

Dirección y

$f_y = \frac{\alpha_y}{384} \cdot \frac{q_y \cdot l_y^4}{EJ_y}$

$M_y = q_y \cdot \frac{l_y^2}{\eta_y}$

Apoyos	η	α
	8	5
	14,22	2
	24	1

ESTABILIDAD III - CURSO 1 - CLASE 24 - 23/07/2020 - Placas Planas Delgadas

$$\left. \begin{aligned} f_x &= f_y \\ \tau_x + \tau_y &= \tau \\ \bar{I}_x &= \bar{I}_y \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\alpha_x \tau_x l_x^4 = \alpha_y \tau_y \cdot l_y^4$$

$$\alpha_x \tau_x l_x^4 = \alpha_y \cdot (\tau - \tau_x) l_y^4$$

$$\alpha_x \tau_x l_x^4 = \alpha_y \tau l_y^4 - \alpha_y \tau_x l_y^4$$

$$\therefore \begin{array}{l} \tau_x = \frac{\alpha_y l_y^4}{\alpha_x l_x^4 + \alpha_y l_y^4} \cdot \tau = \alpha \cdot \tau \\ \text{Análogamente} \\ \tau_y = \frac{\alpha_x l_x^4}{\alpha_x l_x^4 + \alpha_y l_y^4} \cdot \tau = \beta \cdot \tau \end{array}$$

$$M_x = \alpha \cdot \frac{\tau l_x^2}{\gamma_x}$$

$$M_y = \beta \cdot \frac{\tau l_y^2}{\gamma_y}$$

Reducción
 $\xrightarrow{\text{por}}$
 Torsión

$$\boxed{M_{x \max} = \gamma_x M_x = \alpha \cdot \tau l_x^2}$$

$$(\gamma_x = 1 - \frac{5}{6} \frac{l_x^2}{l_y^2} \cdot \frac{M_x}{\frac{1}{8} \tau l_x^2})$$

$$\boxed{M_{y \max} = \gamma_y M_y = \beta \cdot \tau l_y^2}$$

$$(\gamma_y = 1 - \frac{5}{6} \frac{l_y^2}{l_x^2} \cdot \frac{M_y}{\frac{1}{8} \tau l_y^2})$$

ESTABILIDAD III - CURSO 1 - CLASE 24 - 23/07/2020 – Placas Planas Delgadas

Tabla 82. Losas con armaduras cruzadas para el tipo de apoyo 4

Angulo libre con armadura de torsión.

Es válido el encabezamiento superior de la tabla con $\varepsilon = l_y : l_x$.

Momento de los tramos : $M_x = \alpha_4 q l_x^2$. $\text{máx } M_y = \beta_4 q l_y^2$.

Momentos de apoyos : $X = -\frac{1}{8} \alpha_4 q l_x^2$. $Y = -\frac{1}{8} \beta_4 q l_y^2$.



$\varepsilon = l_y : l_x$	α_4	β_4	α_4	β_4	$\varepsilon = l_y : l_x$	α_4	β_4	α_4	β_4
0,60	0,006 86	0,052 95	0,1147	0,8853	1,00	0,026 92	0,026 92	0,5000	0,5000
61	007 24	052 30	1216	8784	01	027 45	026 38	5099	4901
62	007 63	051 64	1287	8713	02	027 99	025 86	5198	4802
63	008 03	050 98	1361	8639	03	028 52	025 34	5295	4705
64	008 44	050 31	1437	8563	04	029 05	024 83	5391	4609
0,65	0,008 86	0,049 64	0,1515	0,8485	1,05	0,029 58	0,024 33	0,5486	0,4514
66	009 29	048 95	1595	8405	06	030 10	023 84	5580	4420
67	009 73	048 27	1677	8323	07	030 62	023 36	5672	4328
68	010 17	047 58	1761	8239	08	031 14	022 89	5764	4236
69	010 63	046 89	1848	8152	09	031 65	022 42	5853	4147
0,70	0,011 09	0,046 20	0,1936	0,8064	1,10	0,032 16	0,021 97	0,5942	0,4058
71	011 56	045 50	2026	7974	11	032 67	021 52	6029	3971
72	012 04	044 80	2118	7882	12	033 17	021 08	6114	3886
73	012 52	044 11	2212	7788	13	033 66	020 65	6198	3802
74	013 02	043 41	2307	7693	14	034 16	020 22	6281	3719
0,75	0,013 51	0,042 71	0,2404	0,7596	1,15	0,034 65	0,019 81	0,6362	0,3638
76	014 02	042 02	2502	7498	16	035 13	019 40	6442	3558
77	014 53	041 33	2601	7399	17	035 61	019 00	6520	3480
78	015 04	040 63	2702	7298	18	036 08	018 61	6597	3403
79	015 56	039 95	2803	7197	19	036 55	018 23	6673	3327
0,80	0,016 08	0,039 26	0,2906	0,7094	1,20	0,037 02	0,017 85	0,6746	0,3254
81	016 61	038 58	3009	6991	22	037 93	017 12	6890	3110
82	017 14	037 91	3113	6887	24	038 83	016 42	7023	2972
83	017 67	037 24	3218	6782	26	039 70	015 75	7159	2841
84	018 21	036 58	3324	6676	28	040 55	015 11	7286	2714
0,85	0,018 75	0,035 92	0,3430	0,6570	1,30	0,041 38	0,014 49	0,7407	0,2593
86	019 29	035 26	3536	6464	32	042 19	013 90	7522	2478
87	019 83	034 62	3642	6358	34	042 97	013 33	7633	2367
88	020 38	033 98	3749	6251	36	043 74	012 78	7738	2262
89	020 92	033 35	3855	6145	38	044 48	012 26	7839	2161
0,90	0,021 47	0,032 72	0,3962	0,6038	1,40	0,045 20	0,011 77	0,7935	0,2065
91	022 02	032 10	4068	5932	42	045 90	011 29	8026	1974
92	022 56	031 50	4174	5826	44	046 58	010 83	8113	1887
93	023 11	030 89	4279	5721	46	047 24	010 40	8196	1804
94	023 66	030 30	4384	5616	48	047 88	009 98	8275	1725
0,95	0,024 20	0,029 71	0,4489	0,5511	1,50	0,048 50	0,009 58	0,8350	0,1650
96	024 75	029 14	4593	5407	54	049 68	008 83	8490	1510
97	025 29	028 57	4698	5304	58	050 79	008 15	8617	1383
98	025 84	028 01	4798	5202	62	051 82	007 52	8732	1268
99	026 38	027 46	4899	5101	66	052 79	006 95	8836	1164

Unidades : q en t/m^2 , l_x y l_y en m, momentos en tm.

ESTABILIDAD III - CURSO 1 - CLASE 24 - 23/07/2020 – Placas Planas Delgadas

Tabla 82. Losas con armaduras cruzadas para el tipo de apoyo 4

Angulo libre con armadura de torsión.

Es válido el encabezamiento superior de la tabla con $\epsilon = l_y : l_x$.

Momento de los tramos: $M_x = \alpha_x q l_x^2$. $\text{máx } M_y = \beta_y q l_y^2$.

Momentos de apoyos: $X = -\frac{1}{8} \alpha_x q l_x^2$. $Y = -\frac{1}{8} \alpha_y q l_y^2$.

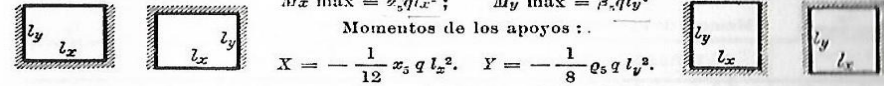


$\epsilon = l_y : l_x$	α_x	β_x	α_y	β_y	$\epsilon = l_y : l_x$	α_x	β_x	α_y	β_y
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,60	0,006 86	0,052 95	0,1147	0,8853	1,00	0,026 92	0,026 92	0,5000	0,5000
61	007 24	052 30	1216	8784	01	027 45	026 38	5099	4901
62	007 63	051 64	1287	8713	02	027 99	025 86	5198	4802
63	008 03	050 98	1361	8639	03	028 52	025 34	5295	4705
64	008 44	050 31	1437	8563	04	029 05	024 83	5391	4609
0,65	0,008 86	0,049 64	0,1515	0,8485	1,05	0,029 58	0,024 33	0,5486	0,4514
65	009 29	048 95	1595	8405	06	030 10	023 84	5580	4420
66	009 73	048 27	1677	8323	07	030 62	023 36	5672	4328
67	010 17	047 58	1761	8239	08	031 14	022 89	5764	4236
68	010 63	046 89	1848	8152	09	031 65	022 42	5853	4147
0,70	0,011 09	0,046 20	0,1936	0,8064	1,10	0,032 16	0,021 97	0,5942	0,4058
70	011 56	045 50	2026	7974	11	032 67	021 52	6029	3971
71	012 04	044 80	2118	7882	12	033 17	021 08	6114	3886
72	012 52	044 11	2212	7788	13	033 66	020 65	6198	3802
73	013 02	043 41	2307	7693	14	034 16	020 22	6281	3719
0,75	0,013 51	0,042 71	0,2404	0,7596	1,15	0,034 65	0,019 81	0,6362	0,3638
74	014 02	042 02	2502	7498	16	035 13	019 40	6442	3558
75	014 53	041 33	2601	7399	17	035 61	019 00	6520	3480
76	015 04	040 63	2702	7298	18	036 08	018 61	6597	3403
77	015 56	039 95	2803	7197	19	036 55	018 23	6673	3327
0,80	0,016 08	0,039 26	0,2906	0,7094	1,20	0,037 02	0,017 85	0,6746	0,3254
80	016 61	038 58	3009	6991	22	037 93	017 12	6890	3110
81	017 14	037 91	3113	6887	24	038 83	016 42	7028	2972
82	017 67	037 24	3218	6782	26	039 70	015 75	7159	2841
83	018 21	036 58	3324	6676	28	040 55	015 11	7286	2714
0,85	0,018 75	0,035 92	0,3430	0,6570	1,30	0,041 38	0,014 49	0,7407	0,2593
84	019 29	035 26	3536	6464	32	042 19	013 90	7522	2478
85	019 83	034 62	3642	6358	34	042 97	013 33	7633	2367
86	020 38	033 98	3749	6251	36	043 74	012 78	7738	2262
87	020 92	033 35	3855	6146	38	044 48	012 26	7839	2161
0,90	0,021 47	0,032 72	0,3962	0,6038	1,40	0,045 20	0,011 77	0,7935	0,2065
90	022 02	032 10	4068	5932	42	045 90	011 29	8026	1974
91	022 56	031 50	4174	5826	44	046 58	010 83	8113	1887
92	023 11	030 89	4279	5721	46	047 24	010 40	8196	1804
93	023 66	030 30	4384	5616	48	047 88	009 98	8275	1725
0,95	0,024 20	0,029 71	0,4489	0,5511	1,50	0,048 50	0,009 58	0,8350	0,1650
94	024 75	029 14	4593	5407	54	049 68	008 83	8490	1510
95	025 29	028 57	4696	5304	58	050 79	008 15	8617	1383
96	025 84	028 01	4798	5202	62	051 82	007 52	8732	1268
97	026 38	027 46	4899	5101	66	052 79	006 95	8836	1164

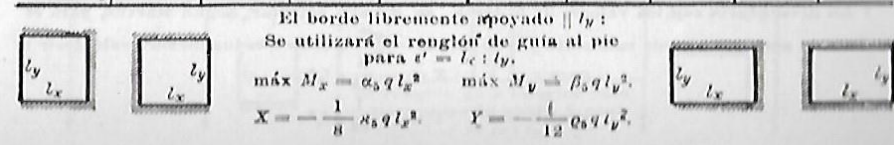
Unidades: q en t/m², l_x y l_y en m, momentos en tm.

Tabla 83. Losas con armaduras cruzadas para el tipo de apoyo 5

El borde libremente apoyado || l_x. Se utilizará el renglón de encabezamiento para $\epsilon = l_y : l_x$

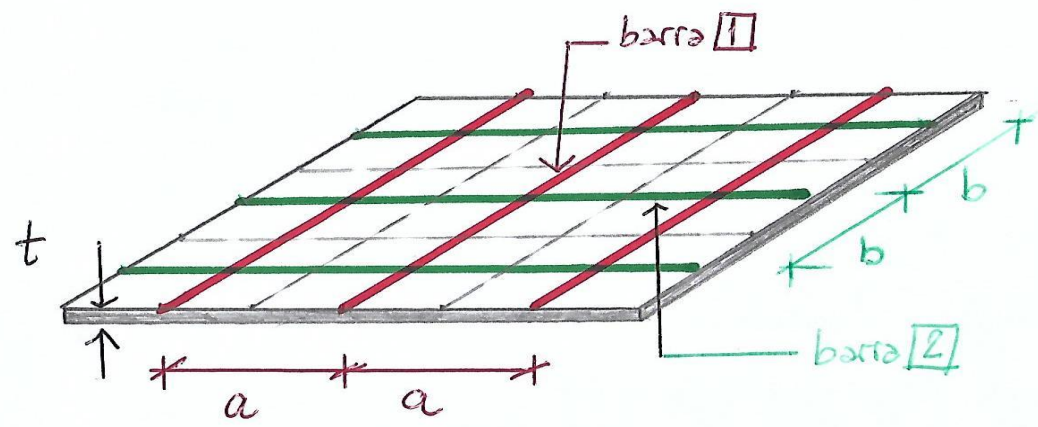


$\epsilon = l_y : l_x$	α_0	β_0	α_5	ϵ_0	$\epsilon = l_y : l_x$	α_0	β_0	α_5	ϵ_0
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,60	0,007 22	0,048 35	0,2059	0,7941	1,00	0,022 63	0,019 77	0,6667	0,8333
61	007 57	047 54	2169	7831	01	022 97	019 28	6755	8245
62	007 94	046 72	2282	7718	02	023 29	018 79	6840	8160
63	008 31	045 90	2396	7604	03	023 62	018 32	6924	8076
64	008 69	045 07	2513	7487	04	023 94	017 86	7006	7994
0,65	0,009 07	0,044 25	0,2631	0,7369	1,05	0,024 25	0,017 40	0,7086	0,2914
65	009 45	043 42	2751	7249	06	024 56	016 96	7164	2830
66	009 84	042 60	2873	7127	07	024 86	016 54	7239	2761
67	010 23	041 77	2995	7005	08	025 16	016 12	7313	2687
68	010 63	040 95	3119	6881	09	025 46	015 71	7385	2616
0,70	0,011 03	0,040 13	0,3244	0,6756	1,10	0,025 74	0,015 32	0,7454	0,2546
70	011 43	039 31	3370	6630	11	026 03	014 93	7522	2478
71	011 84	038 50	3496	6504	12	026 31	014 55	7589	2411
72	012 24	037 70	3622	6378	13	026 58	014 18	7653	2347
73	012 65	036 90	3749	6251	14	026 85	013 82	7716	2284
0,75	0,013 06	0,036 11	0,3876	0,6124	1,15	0,027 11	0,013 48	0,7777	0,2223
74	013 47	035 32	4002	5998	16	027 37	013 14	7836	2164
75	013 87	034 55	4128	5872	17	027 62	012 81	7894	2106
76	014 28	033 78	4254	5746	18	027 88	012 48	7950	2050
77	014 69	033 02	4379	5621	19	028 11	012 17	8004	1996
0,80	0,015 09	0,032 28	0,4503	0,5497	1,20	0,028 35	0,011 87	0,8057	0,1943
80	015 50	031 54	4626	5374	22	028 62	011 28	8119	1841
81	015 90	030 81	4749	5251	24	029 26	010 73	8264	1746
82	016 31	030 09	4870	5130	26	029 69	010 20	8345	1655
83	016 70	029 39	4989	5011	28	030 10	009 71	8430	1570
0,85	0,017 10	0,028 70	0,5103	0,4892	1,30	0,030 60	0,009 24	0,8510	0,1490
84	017 50	028 02	5225	4775	32	030 88	008 79	8586	1414
85	017 89	027 35	5340	4660	34	031 24	008 37	8658	1342
86	018 28	026 69	5453	4547	36	031 59	007 97	8725	1275
87	018 66	026 05	5565	4435	38	031 92	007 60	8788	1212
0,90	0,019 05	0,025 41	0,5675	0,4325	1,40	0,032 24	0,007 24	0,8848	0,1152
88	019 42	024 80	5783	4217	42	032 55	006 90	8905	1095
89	019 80	024 19	5890	4110	44	032 85	006 53	8958	1049
90	020 17	023 59	5994	4006	46	033 13	006 28	9009	9991
91	020 53	023 01	6096	3904	48	033 40	005 99	9056	9544
0,95	0,020 89	0,022 44	0,6196	0,3804	1,50	0,033 66	0,005 72	0,9101	0,0899
92	021 25	021 88	6295	3705	54	034 15	005 22	9184	0816
93	021 60	021 34	6391	3609	58	034 60	004 77	9257	0743
94	021 95	020 80	6485	3515	62	035 01	004 36	9323	0677
95	022 30	020 28	6577	3423	66	035 39	004 00	9382	0618



ESTABILIDAD III - CURSO 1 - CLASE 24 - 23/07/2020 – Placas Planas Delgadas

MÉTODO DE LA MALLA ORTOGONAL



Reemplaza la placa de espesor "t"
por un emparrillado de vigas equivalente

barra [1]

$$J_{flexión} = \frac{a \cdot t^3}{12}$$

$$J_{torsión} = 2 \times J_{flexión}$$

barra [2]

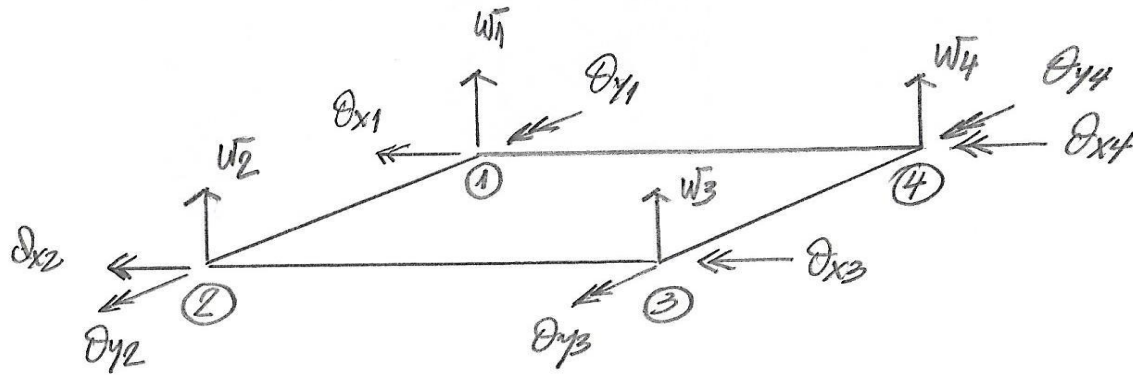
$$J_{flexión} = \frac{b \cdot t^3}{12}$$

$$J_{torsión} = 2 \cdot J_{flexión}$$

Ver "Annales de L'Institut Technique du Batiment et des
Travaux Public"

- N° 298 - Octobre 1972
"La Theorie des Equivalences et son application a l'etude des ouvrage d'oct" - Absi
- N° 330 - Setiembre 1975
"Methode du Maillage Orthogonal" - Zaleski Zamenhof

MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS



ELEMENTO DE
4 NODOS

y 12 GRADOS DE LIBERTAD

Función de Desplazamiento:

$$W(x,y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 xy + \alpha_6 y^2 + \alpha_7 x^3 + \alpha_8 x^2 y + \alpha_9 xy^2 + \alpha_{10} y^3 + \alpha_{11} x^3 y + \alpha_{12} xy^3$$

ESTABILIDAD III - CURSO 1 - CLASE 24 - 23/07/2020 – Placas Planas Delgadas

ESTABILIDAD III - CURSO 1 - CLASE 24 - 23/07/2020 – Placas Planas Delgadas